

ANALIZA KINEMATYCZNA I STATYCZNA PŁASKICH UKŁADÓW TARCZ SZTYWNYCH

Wykonała:

Jagoda Gdakowicz

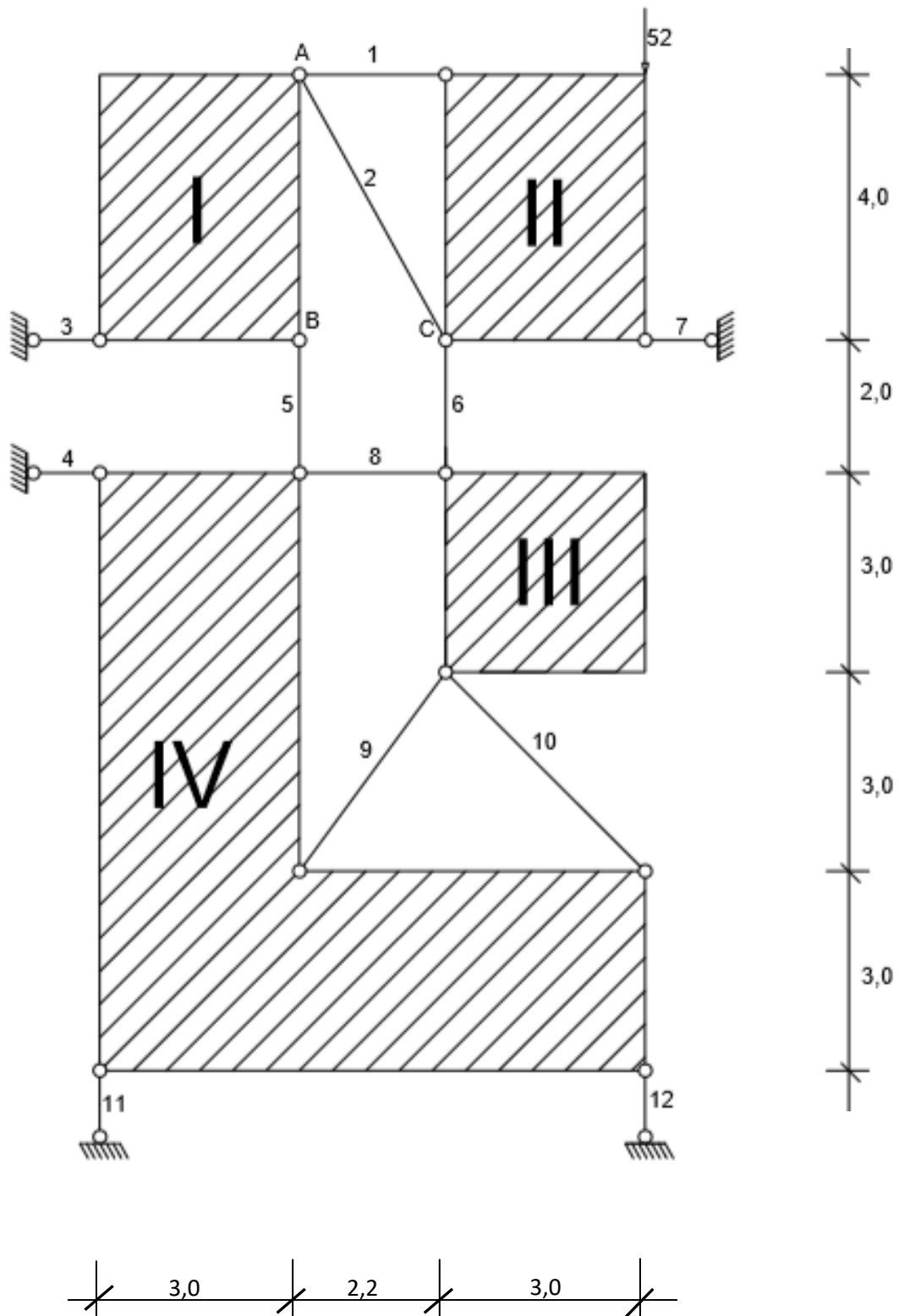
Grupa B6

Studia stacjonarne I stopnia, rok I

Kierunek: Budownictwo

Rok akademicki 2016/2017, semestr I

I. Schemat układu:



II. Badanie geometrycznej niezmienności układu

1) Warunek konieczny

Warunek konieczny geometrycznej niezmienności jest spełniony, jeśli spełniona jest nierówność:

$$n \geq 0,$$

w której n wyznaczamy ze wzoru:

$$n = w - 3 \cdot t,$$

gdzie: t – liczba tarcz sztywnych występujących w układzie,

w – liczba stopni swobody odebranych przez więzy.

Rozpatrywany układ składa się z czterech tarcz sztywnych oraz dwunastu prętów podporowych łączących tarcze ze sobą i z podłożem, zatem:

$$t = 4,$$

$$w = 12.$$

Stąd:

$$n = 12 - 3 \cdot 4 = 0.$$

Spełniony jest warunek konieczny geometrycznej niezmienności. Oznacza to, że liczba więzów w układzie tarcz jest wystarczająca, aby odebrać mu wszystkie stopnie swobody (zapewnić mu geometryczną niezmiennosc), należy jeszcze sprawdzić, czy więzy te są odpowiednio rozmieszczone – czyli warunek dostateczny geometrycznej niezmienności.

2) Warunek dostateczny

a) Tarcza III z tarczą IV tworzą tarczę zastępczą, ponieważ połączone są za pomocą trzech prętów podporowych: 8, 9, 10, które nie przecinają się w jednym punkcie. Tarcza III jest geometrycznie niezmienna względem tarczy IV.

b) Tarcza zastępcza (III + IV) połączona jest z podłożem za pomocą trzech prętów podporowych: 4, 11, 12. Pręty nie przecinają się w jednym punkcie, zatem tarcza zastępcza (III + IV) jest geometrycznie niezmienna i może stanowić podłoże zastępcze.

c) Tarcza I i tarcza II tworzą układ trójprzegubowy, w układzie tym występują:

- przegub A – w miejscu przecięcia prętów podporowych 1 i 2,
- przegub B – w miejscu przecięcia pręta podporowego 3 i 5,
- przegub C – utworzony z pręta podporowego 7 i 6.

Przeguby A, B i C nie leżą na jednej prostej, więc układ tarcz I i II jest geometrycznie niezmienny.

Spełniony jest warunek dostateczny geometrycznej niezmienności.

3) Wniosek

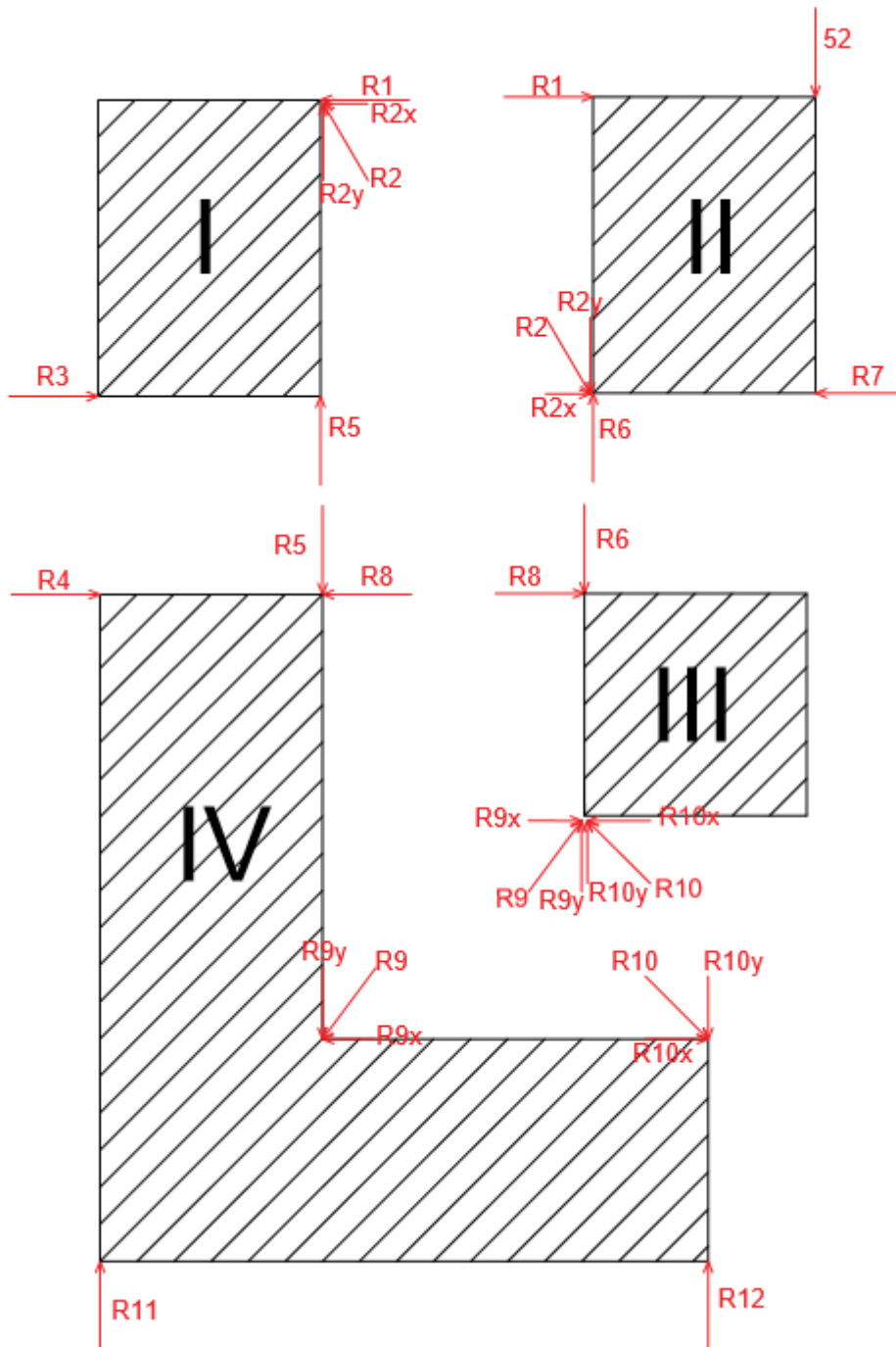
Cały układ tarcz jest geometrycznie niezmienny. Ponieważ jednocześnie liczba stopni swobody odebranych przez więzy jest równa potrojonej liczbie tarcz, czyli:

$$n = 0,$$

układ jest również statycznie wyznaczalny.

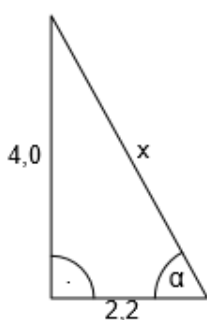
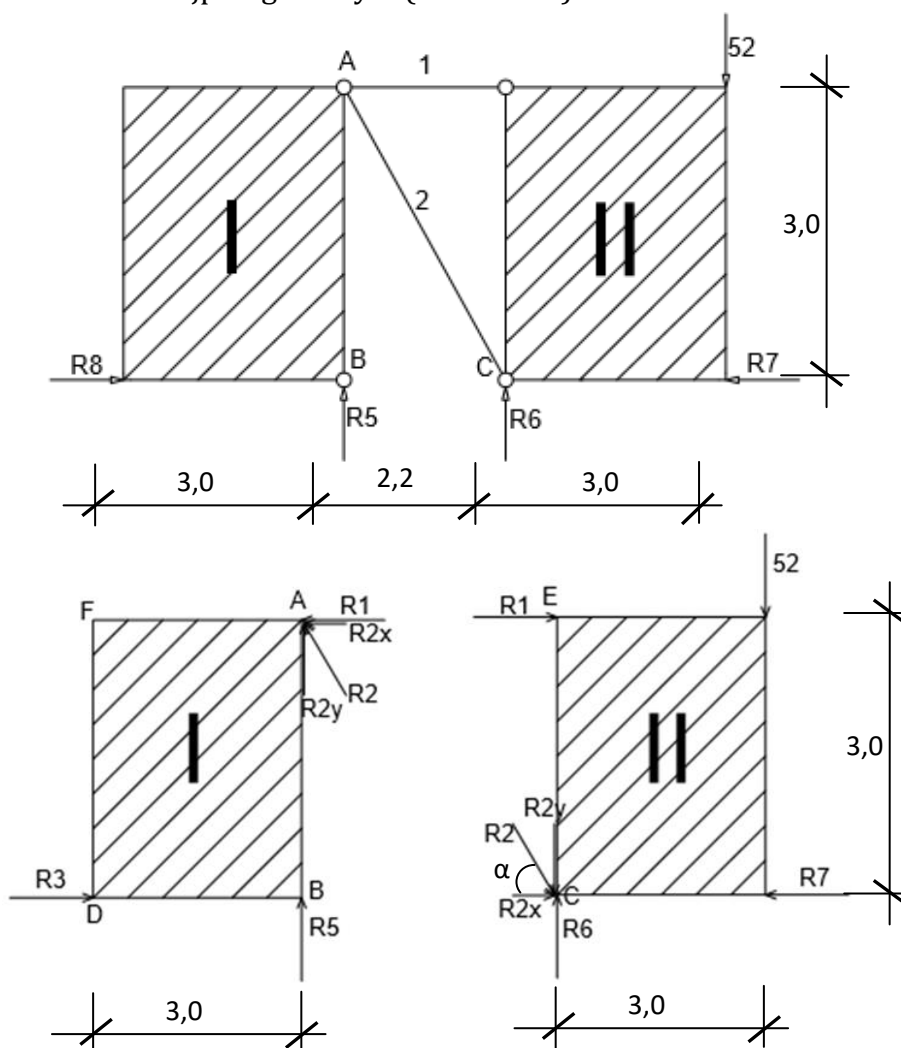
III. Analiza statyczna

1) Układ tarcz uwolnionych od więzów



2) Wyznaczanie sił reakcji w więzach

a) Reakcje w układzie trójprzegubowym (tarcze I i II)



$$x^2 = 4^2 + (2,2)^2$$

$$x = 4,565$$

$$\sin \alpha = \frac{4,0}{x} = \frac{4,0}{4,565} = 0,8762$$

$$\cos \alpha = \frac{2,2}{x} = \frac{2,2}{4,565} = 0,4819$$

$$\Sigma M_B^{I+II} = 0: \quad R_6 \cdot 2,2 - 52 \cdot 5,2 = 0$$

$$\mathbf{R_6 = 122,91 \text{ kN}}$$

$$\Sigma P_{iy}^{I+II} = 0: \quad R_5 + R_6 - 52 = 0$$

$$R_5 + 122,91 - 52 = 0$$

$$\mathbf{R_5 = -70,91 \text{ kN}}$$

$$\Sigma P_{iy}^I = 0: \quad R_5 + R_2 \cdot \sin \alpha = 0$$

$$-70,91 + R_2 \cdot 0,8762 = 0$$

$$R_2 = 80,93 \text{ kN}$$

$$R_{2x} = R_2 \cdot \cos \alpha = 80,93 \cdot 0,4819 = 39,00 \text{ kN}$$

$$R_{2y} = R_2 \cdot \sin \alpha = 80,93 \cdot 0,8762 = 70,91 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_D^I = 0: \quad R_5 \cdot 3,0 + R_{2y} \cdot 3,0 + R_{2x} \cdot 4,0 + R_1 \cdot 4,0 &= 0 \\ -70,91 \cdot 3,0 + 70,91 \cdot 3,0 + 39,0 \cdot 4,0 + R_1 \cdot 4,0 &= 0 \end{aligned}$$

$$R_1 = -39,0 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \Sigma P_{ix}^I = 0: \quad R_3 - R_{2x} - R_1 &= 0 \\ R_3 - 39,0 - (-39,0) &= 0 \end{aligned}$$

$$R_3 = 0,0 \text{ kN}$$

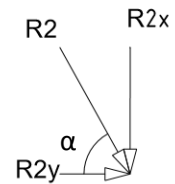
$$\Sigma P_{ix}^{II} = 0: \quad R_3 - R_7 = 0$$

$$R_7 = 0,0 \text{ kN}$$

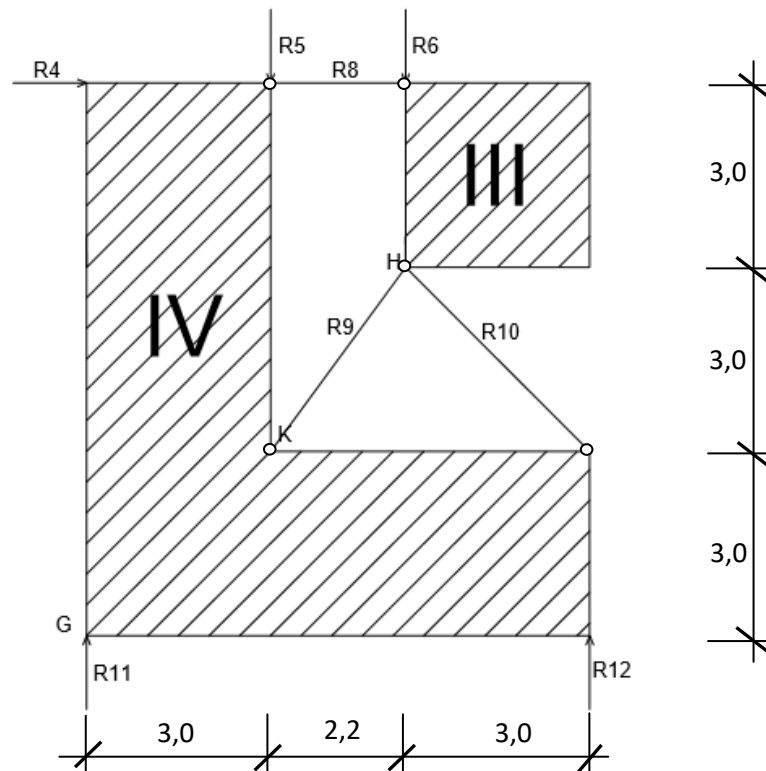
Sprawdzenie:

$$\begin{aligned} \Sigma M_E^{II} = 0: \quad -52 \cdot 3,0 - R_7 \cdot 4,0 + R_{2x} \cdot 4,0 &= 0 \\ -52 \cdot 3,0 - 0 \cdot 4,0 + 39,0 \cdot 4,0 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_F^I = 0: \quad R_3 \cdot 4,0 + R_5 \cdot 3,0 + R_{2y} \cdot 3,0 &= 0 \\ 0 \cdot 4,0 + (-70,91) \cdot 3,0 + 70,91 \cdot 3,0 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$



b) Reakcje w prętach 4, 11 i 12, łączących tarczę zastępczą (III+IV) z podłożem



$$\Sigma P_{ix}^{III+IV} = 0: \quad R_4 = 0,0 \text{ kN}$$

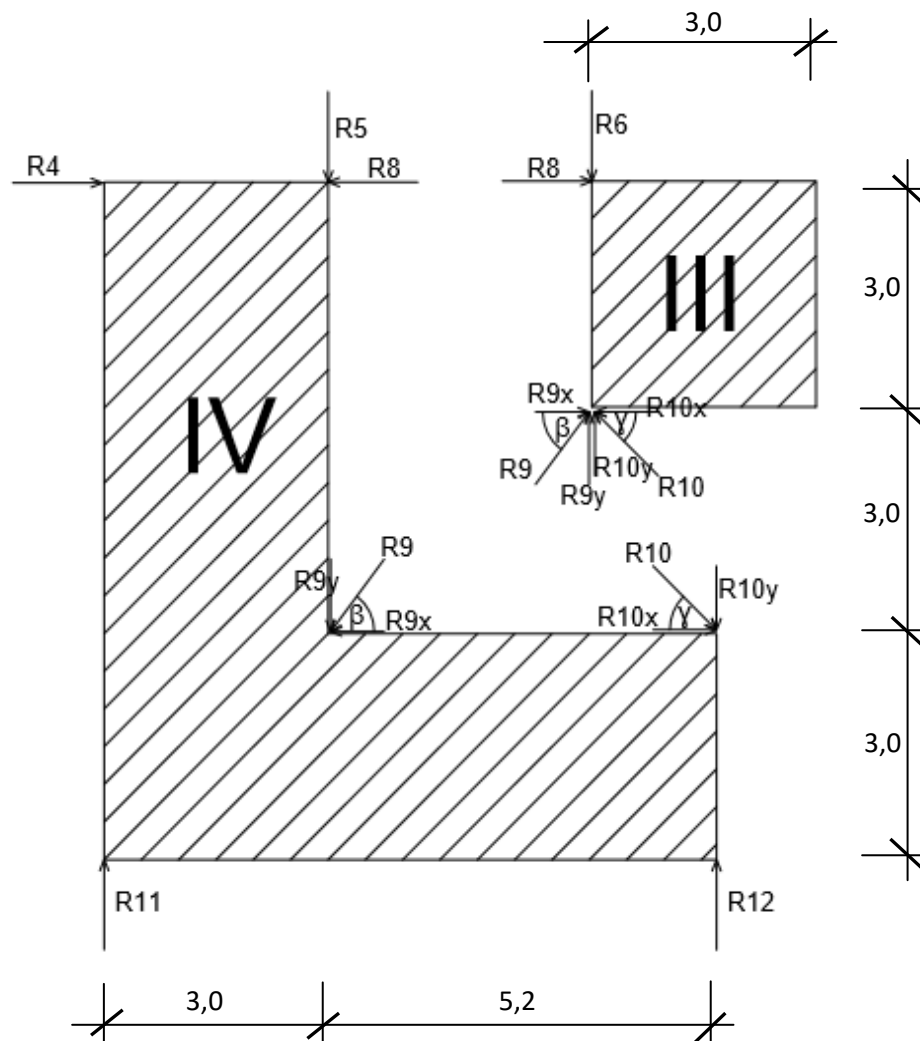
$$\begin{aligned} \Sigma M_G^{III+IV} = 0: \quad & -R_4 \cdot 9,0 - R_5 \cdot 3,0 - R_6 \cdot 5,2 + R_{12} \cdot 8,2 = 0 \\ & 0 \cdot 9,0 - (-70,91) \cdot 3,0 - 122,91 \cdot 5,2 + R_{12} \cdot 8,2 = 0 \\ & R_{12} = 52,0 \text{ kN} \end{aligned}$$

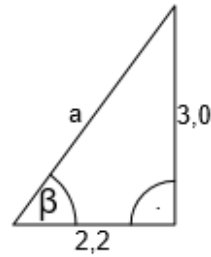
$$\begin{aligned} \Sigma P_{iy}^{III+IV} = 0: \quad & R_{11} + R_{12} - R_5 - R_6 = 0 \\ & R_{11} + 52,0 - (-70,91) - 122,91 = 0 \\ & R_{11} = 0,0 \text{ kN} \end{aligned}$$

Sprawdzenie:

$$\begin{aligned} \Sigma M_K^{III+IV} = 0: \quad & -R_4 \cdot 6,0 - R_6 \cdot 2,2 + R_{12} \cdot 5,2 - R_{11} \cdot 3,0 = 0 \\ & 0 \cdot 6,0 - 122,91 \cdot 2,2 + 52,0 \cdot 5,2 - 0 \cdot 3,0 = 0 \\ & -0,002 \approx 0 \end{aligned}$$

c) Reakcje w prętach 8, 9 i 10, łączących tarcze III i IV między sobą





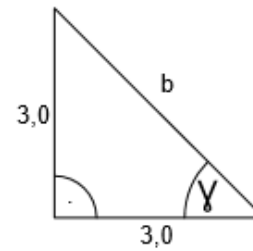
$$a^2 = 3^2 + (2,2)^2$$

$$a^2 = 13,84$$

$$a = 3,720$$

$$\sin\beta = \frac{3,0}{a} = \frac{3,0}{3,720} = 0,8065$$

$$\cos\beta = \frac{2,2}{a} = \frac{2,2}{3,720} = 0,5914$$



$$b = 3\sqrt{2}$$

$$\sin\gamma = \frac{3,0}{b} = \frac{3,0}{3\sqrt{2}} = 0,7071$$

$$\cos\gamma = \frac{3,0}{b} = \frac{3,0}{3\sqrt{2}} = 0,7071$$

$$\Sigma M_H^{III} = 0: \quad \mathbf{R_8 = 0,0 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_K^{IV} = 0: \quad -R_4 \cdot 6,0 + R_8 \cdot 6,0 - R_{10} \cdot \sin\gamma \cdot 5,2 + R_{12} \cdot 5,2 - R_{11} \cdot 3,0 = 0$$

$$0 \cdot 6,0 + 0 \cdot 6,0 - R_{10} \cdot 0,7071 \cdot 5,2 + 52,0 \cdot 5,2 - 0 \cdot 3,0 = 0$$

$$\mathbf{R_{10} = 73,54 \text{ kN}}$$

$$R_{10x} = R_{10} \cdot \cos\gamma = 73,54 \cdot 0,7071 = 52,0 \text{ kN}$$

$$R_{10y} = R_{10} \cdot \sin\gamma = 73,54 \cdot 0,7071 = 52,0 \text{ kN}$$

$$\Sigma P_{ix}^{III} = 0: \quad R_9 \cdot \cos\beta - R_{10x} = 0$$

$$R_9 \cdot 0,5914 - 52,0 = 0$$

$$\mathbf{R_9 = 87,93 \text{ kN}}$$

$$R_{9x} = R_9 \cdot \cos\beta = 87,93 \cdot 0,5914 = 52,0 \text{ kN}$$

$$R_{9y} = R_9 \cdot \sin\beta = 87,93 \cdot 0,8065 = 70,92 \text{ kN}$$

Sprawdzenie:

$$\Sigma P_{iy}^{III} = 0: \quad R_{9y} + R_{10y} - R_6 = 0$$

$$70,92 + 52,0 - 122,91 = 0$$

$$0,01 \approx 0$$

d) Sprawdzenie globalne

$$\Sigma M_G^{I+II+III+IV} = 0:$$

$$-R_4 \cdot 9,0 - R_3 \cdot 11,0 - 52 \cdot 8,2 + R_7 \cdot 11,0 + R_{12} \cdot 8,2 = 0$$

$$0 \cdot 9,0 - 0 \cdot 11,0 - 52 \cdot 8,2 + 0 \cdot 11,0 + 52,0 \cdot 8,2 = 0$$

$$0 = 0$$

3) Zestawienie wyników

