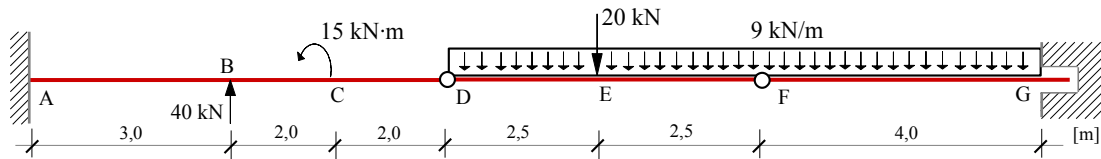


1. Schemat zadania



2. Analiza kinematyczna

2.1. Warunek konieczny

Warunek konieczny geometrycznej niezmienności:

$$n = w - 3 \cdot t,$$

gdzie: w – liczba stopni swobody odbieranych przez więzy,

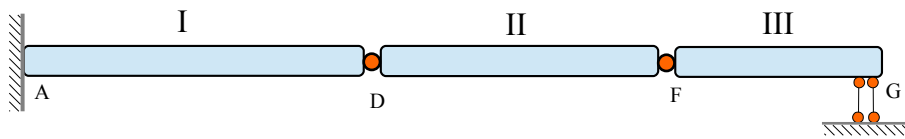
t – liczba tarcz.

Podstawiamy:

$$n = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 - 3 \cdot 3 = 9 - 9 = 0.$$

Wniosek: warunek konieczny geometrycznej niezmienności został spełniony.

2.2. Warunek dostateczny



a) Tarcza I jest utwierdzona więc jest geometrycznie niezmienna.

b) Tarcza II i III tworzą układ trójprzegubowy. Przegub D łączy tarczę II z geometrycznie niezmienną tarczą I, przegub F łączy tarczę II z tarczą III, przegub łączący tarczę III z podłożem powstaje w nieskończoności (podporę teleskopową w punkcie G można zastąpić dwoma prętami pionowymi). Prosta przechodząca przez przeguby D i F nie jest równoległa do prętów tworzących przegub w nieskończoności. Układ ten jest więc geometrycznie niezmienny.

Warunek dostateczny geometrycznej niezmienności został spełniony.

2.3. Wniosek

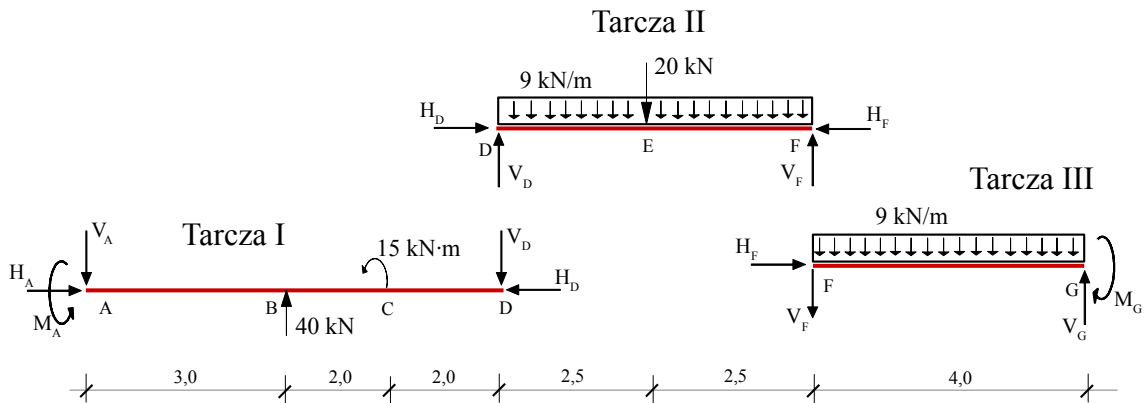
Warunek konieczny oraz dostateczny geometrycznej niezmienności jest spełniony, zatem cały układ tarcz jest geometrycznie niezmienny. Ponieważ jednocześnie liczba stopni swobody odebranych przez więzy jest równa potrójnej liczbie tarcz, czyli:

$$n = 0,$$

układ jest również statycznie wyznaczalny.

3. Analiza statyczna

3.1. Układ uwolniony od więzów



3.2. Wyznaczenie reakcji

a) układ trójprzegubowy (tarcza II i III)

Tarcza III:

$$\sum P_{ix} = 0$$

$$H_F = 0 \text{ kN}$$

Tarcza II:

$$\sum P_{ix} = 0$$

$$H_D - H_F = 0$$

$$H_D = 0 \text{ kN}$$

$$\sum M_D = 0$$

$$20 \cdot 2,5 + 9 \cdot 5 \cdot 2,5 - V_F \cdot 5 = 0$$

$$50 + 112,5 - V_F \cdot 5 = 0$$

$$V_F = 32,5 \text{ kN}$$

$$\sum P_{iy} = 0$$

$$V_D - 9 \cdot 5 - 20 + V_F = 0$$

$$V_D - 9 \cdot 5 - 20 + 32,5 = 0$$

$$V_D = 32,5 \text{ kN}$$

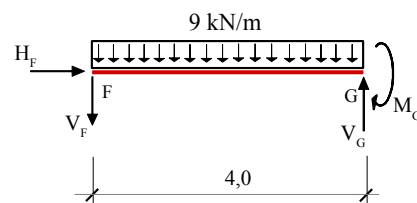
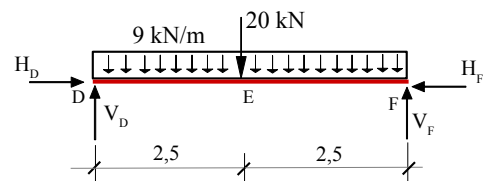
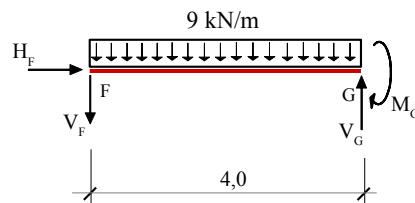
Tarcza III:

$$\sum P_{iy} = 0$$

$$-V_F - 9 \cdot 4 + V_G = 0$$

$$-32,5 - 36 + V_G = 0$$

$$V_G = 68,5 \text{ kN}$$



$$\sum M_G = 0$$

$$-V_F \cdot 4 - 9 \cdot 4 \cdot 2 + M_G = 0$$

$$-32,5 \cdot 4 - 72 + M_G = 0$$

$$M_G = 202 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Sprawdzenie

$$\sum M_E = 0$$

$$V_D \cdot 2,5 - V_F \cdot 2,5 = 0$$

$$32,5 \cdot 2,5 - 32,5 \cdot 2,5 = 0$$

$$0 = 0$$

$$\sum M_F = 0$$

$$9 \cdot 4 \cdot 2 - V_G \cdot 4 + M_G = 0$$

$$72 - 274 + 202 = 0$$

$$0 = 0$$

b) reakcje dla tarczy I:

$$\sum P_{ix} = 0$$

$$H_A - H_D = 0$$

$$H_A = 0 \text{ kN}$$

$$\sum P_{iy} = 0$$

$$-V_A + 40 - V_D = 0$$

$$-V_A + 40 - 32,5 = 0$$

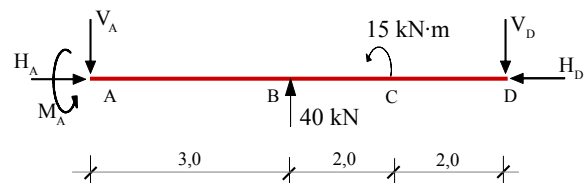
$$V_A = 7,5 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-M_A - 40 \cdot 3 - 15 + V_D \cdot 7 = 0$$

$$-M_A - 120 - 15 + 32,5 \cdot 7 = 0$$

$$M_A = 92,5 \text{ kN}\cdot\text{m}$$



Sprawdzenie

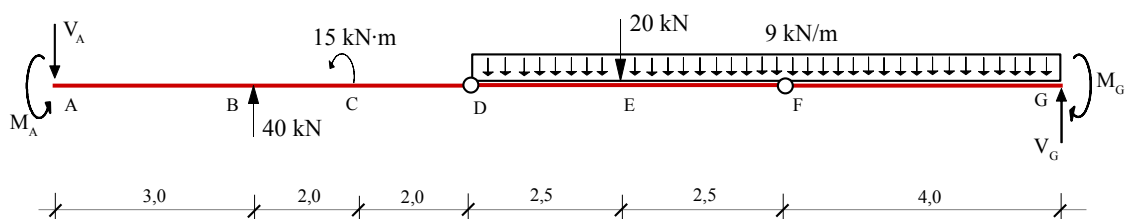
$$\sum M_B = 0$$

$$-V_A \cdot 3 - M_A - 15 + V_D \cdot 4 = 0$$

$$-7,5 \cdot 3 - 92,5 - 15 + 32,5 \cdot 4 = 0$$

$$0 = 0$$

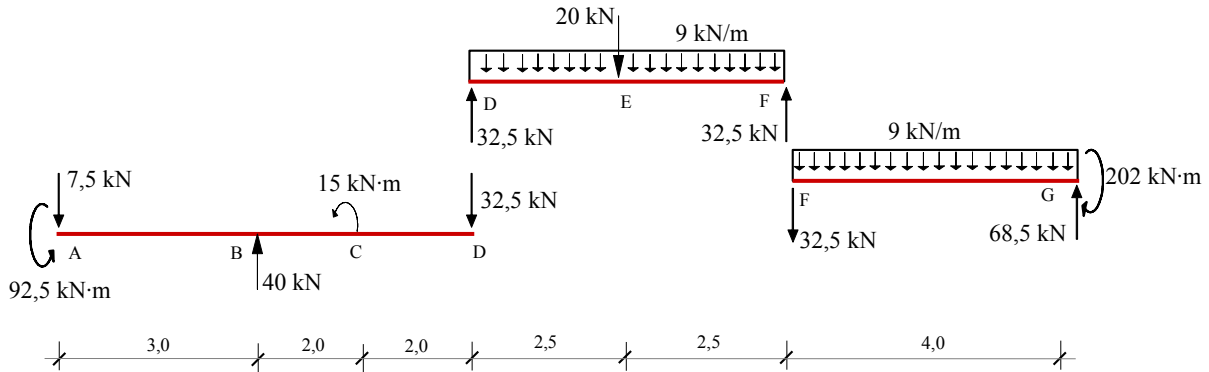
Sprawdzenie globalne



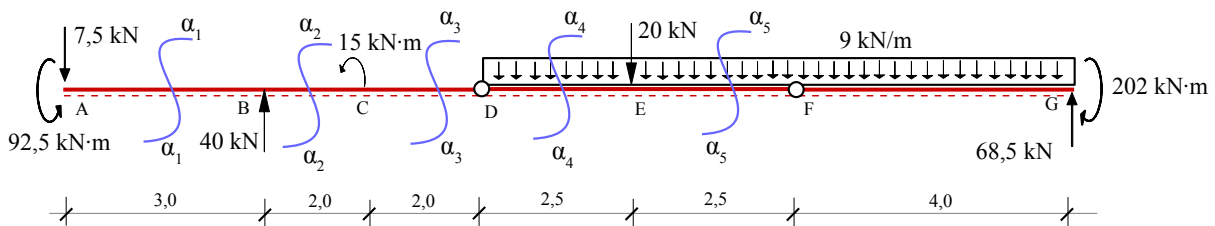
$$\sum M_C = 0$$

$$\begin{aligned} -V_A \cdot 5 - M_A + 40 \cdot 2 - 15 + 20 \cdot 4,5 + 9 \cdot 5 \cdot 4,5 + 9 \cdot 4 \cdot 9 - V_G \cdot 11 + M_G &= 0 \\ -7,5 \cdot 5 - 92,5 + 80 - 15 + 90 + 202,5 + 324 - 68,5 \cdot 11 + 202 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

4. Zestawienie sił (czynnych i biernych) działających na belkę



5. Wyznaczenie sił wewnętrznych



Uwaga: na belkę nie działają żadne siły poziome, a zatem siły normalne są równe zero. Na schematach poniżej (w przekrojach) nie zaznaczono sił normalnych.

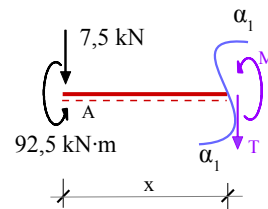
Przekrój $\alpha_1-\alpha_1$

$$\sum P_{iy} = 0$$

$$\begin{aligned} -7,5 - T(x) &= 0 \\ T(x) &= -7,5 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\sum M_\alpha = 0$$

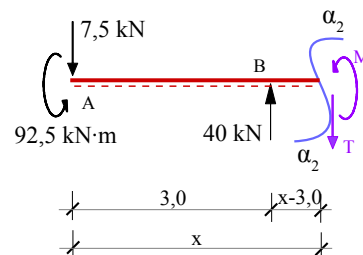
$$\begin{aligned} -92,5 - 7,5 \cdot x - M_\alpha(x) &= 0 \\ M_\alpha(x) &= -7,5 \cdot x - 92,5 \\ M_\alpha(0) &= -92,5 \text{ kN}\cdot\text{m} \\ M_\alpha(3) &= -115 \text{ kN}\cdot\text{m} \end{aligned}$$



Przekrój $\alpha_2-\alpha_2$

$$\sum P_{iy} = 0$$

$$\begin{aligned} -7,5 + 40 - T(x) &= 0 \\ T(x) &= 32,5 \text{ kN} \end{aligned}$$



$$\sum M_{\alpha} = 0$$

$$-7,5 \cdot x + 40 \cdot (x - 3) - 92,5 - M_{\alpha}(x) = 0$$

$$M_{\alpha}(x) = 32,5 \cdot x - 212,5$$

$$M_{\alpha}(3) = -115 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\alpha}(5) = -50 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Przekrój $\alpha_3-\alpha_3$

$$\sum P_{iy} = 0$$

$$-32,5 + T(x) = 0$$

$$T(x) = 32,5 \text{ kN}$$

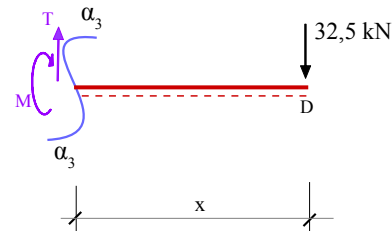
$$\sum M_{\alpha} = 0$$

$$M_{\alpha}(x) + 32,5 \cdot x = 0$$

$$M_{\alpha}(x) = -32,5 \cdot x$$

$$M_{\alpha}(0) = 0 \text{ kN}$$

$$M_{\alpha}(2) = -65 \text{ kN}\cdot\text{m}$$



Przekrój $\alpha_4-\alpha_4$

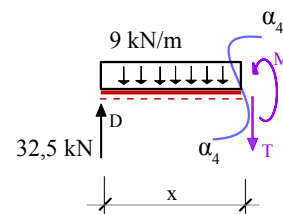
$$\sum P_{iy} = 0$$

$$32,5 - 9 \cdot x - T(x) = 0$$

$$T(x) = -9 \cdot x + 32,5$$

$$T(0) = 32,5 \text{ kN}$$

$$T(2,5) = 10,0 \text{ kN}$$



$$\sum M_{\alpha} = 0$$

$$32,5 \cdot x - 9 \cdot x \cdot 0,5 \cdot x - M(x) = 0$$

$$M(x) = -4,5 \cdot x^2 + 32,5 \cdot x$$

$$M(0) = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M(2,5) = 53,125 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Przekrój $\alpha_5-\alpha_5$

$$\sum P_{iy} = 0$$

$$32,5 - 9 \cdot x + T(x) = 0$$

$$T(x) = 9 \cdot x - 32,5$$

$$T(0) = -32,5 \text{ kN}$$

$$T(2,5) = -10 \text{ kN}$$

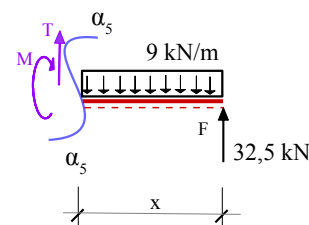
$$\sum M_{\alpha} = 0$$

$$-32,5 \cdot x + 9 \cdot x \cdot 0,5 \cdot x + M(x) = 0$$

$$M(x) = -4,5 \cdot x^2 + 32,5 \cdot x$$

$$M(0) = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M(2,5) = 53,125 \text{ kN}\cdot\text{m}$$



6. Wykresy sił wewnętrznych:

