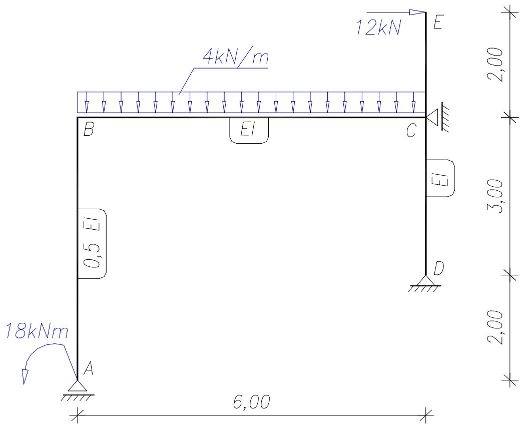
Zad.2. Dla zadanej ramy statycznie niewyznaczalnej:
a) wyznaczyć wykresy sił wewnętrznych korzystając z metody sił.
b) obliczyć obrót pktu A.

Zad.2a)

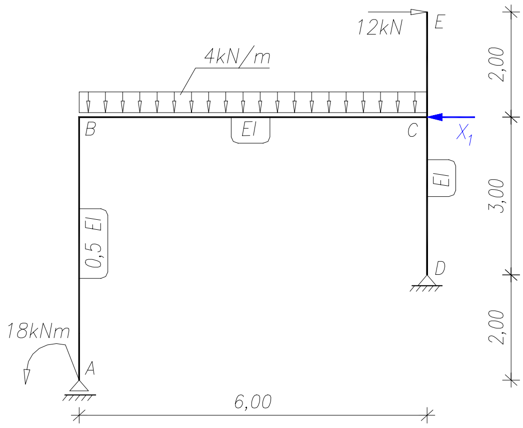
1. Schemat konstrukcji:



SSN=1;

E=205Gpa;

2. Układ podstawowy:



Układ spełnia warunki statycznej wyznaczalności i geometrycznej niezmienności.

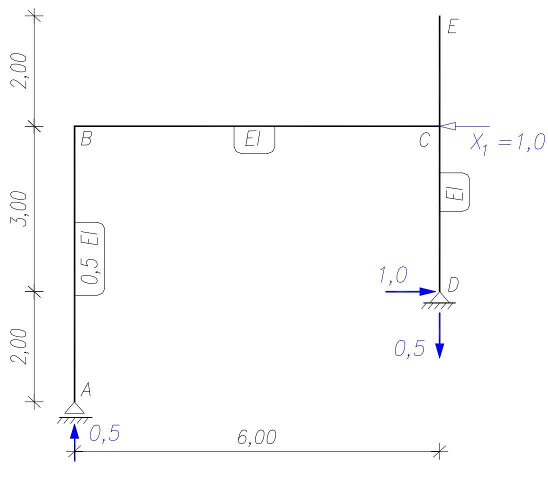
3. Układ równań kanonicznych:

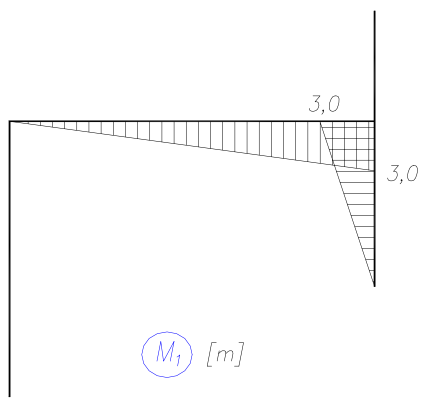
$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{1P} = 0$$

współczynniki δ_{ik}, δ_{iP}: $\delta_{ik} = \sum \int_0^l \frac{M_i M_k}{EI} dx;$ $\delta_{iP} = \sum \int_0^l \frac{M_i M_P}{EI} dx;$

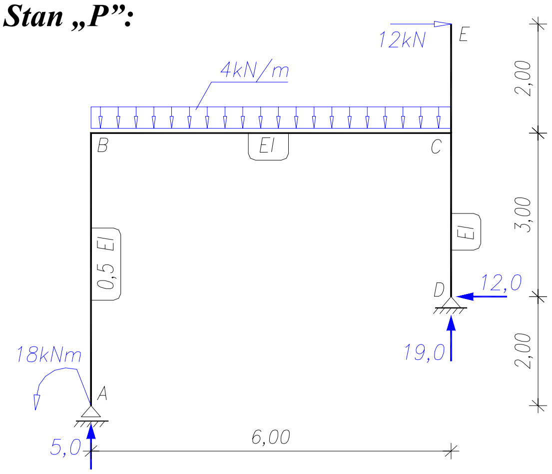
gdzie: M_i – momenty zginające od obciążenia siłą jednostkową X_i=1,0 (w ukł. podst.)
M_p – momenty zginające od obciążenia zewnętrznego (w ukł. podst.)

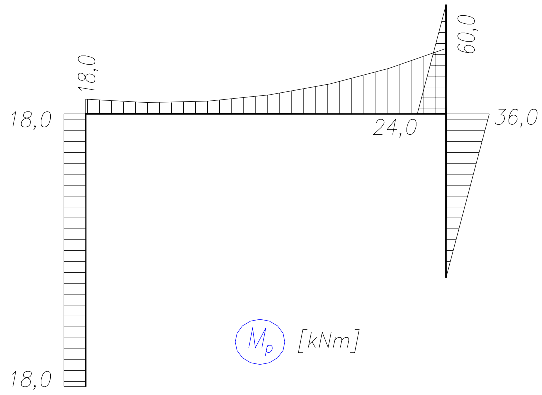
3.1. Stan $X_1 = 1$:





3.2. Stan „P”:





3.3. Obliczenie współczynników δ_{ik}, δ_{iP}

$$\delta_{11} = \sum \int_0^l \frac{M_1^2}{EI} dx$$

$$EI \cdot \delta_{11} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 = 27{,}0\ m^3$$

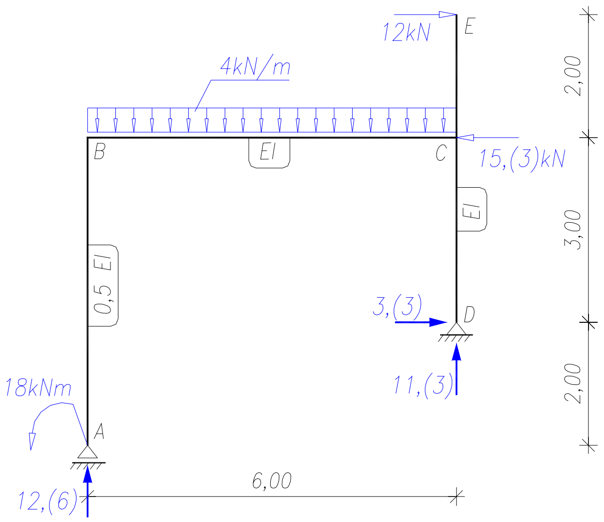
$$\delta_{1P} = \sum \int_0^l \frac{M_1 \cdot M_p}{EI} dx$$

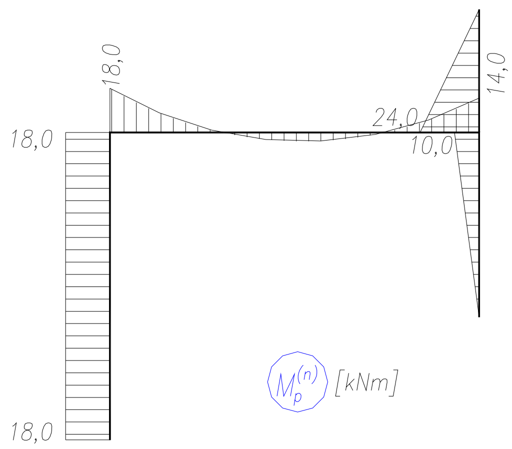
$$EI \cdot \delta_{1P} = -\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 60 + \frac{1}{3} \cdot 18 \right) + \frac{2}{3} \cdot \frac{4 \cdot 6^2}{8} \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 36 = -414{,}0\ kNm^3$$

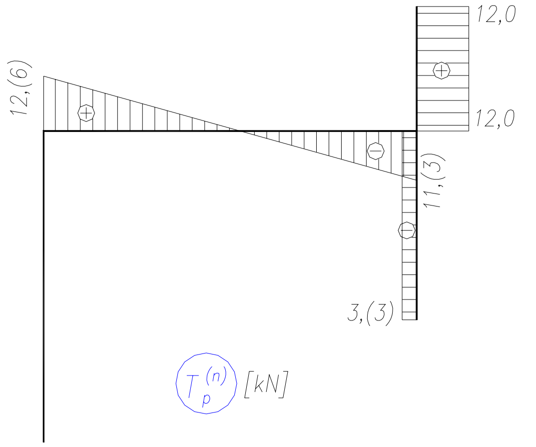
3.4. Rozwiązanie układu równań kanonicznych:

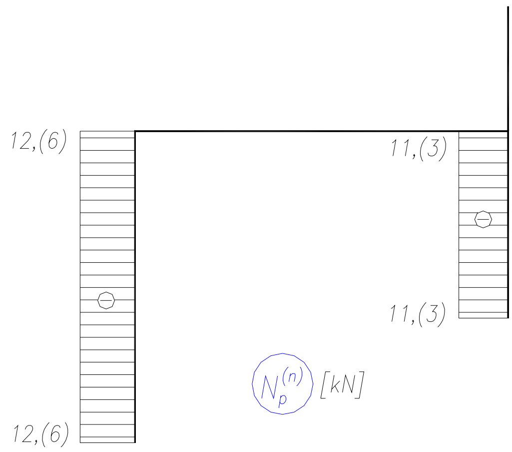
$27{,}0/\mathrm{EI} \cdot \mathbf{X_1} - 414{,}0/\mathrm{EI} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{X_1 = 15{,}(3)\ kN}$

4. Wykresy sił wewnętrznych w ramie:









5. Kontrola kinematyczna.

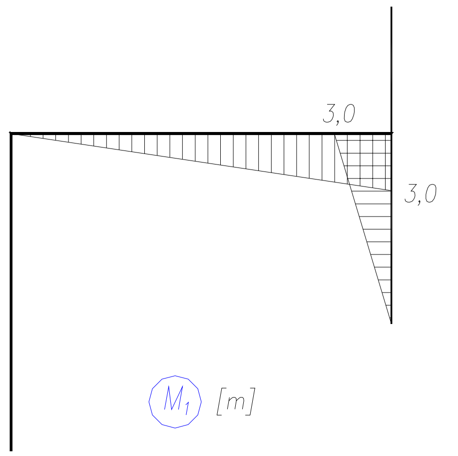
- przemieszczenie poziome pktu C:

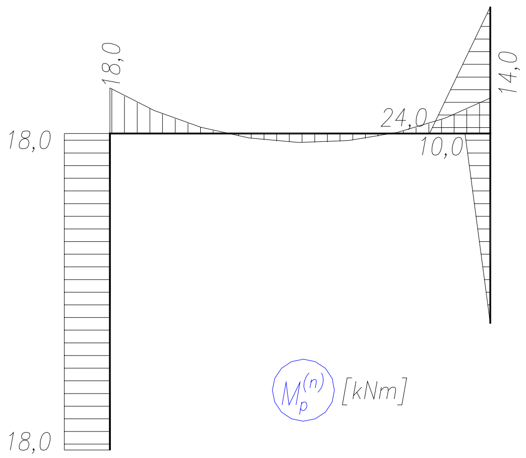
$$\overline{1}\cdot\delta_C^h=\sum\int_0^l\frac{M_p^{(n)}\overline{M}^{(n)}}{EI}dx$$

- zgodnie z tw. redukcyjnym:

$$\overline{1}\cdot\delta_C^h=\sum\int_0^l\frac{M_p^{(n)}\overline{M}^{(n)}}{EI}dx=\sum\int_0^l\frac{M_p^{(n)}\overline{M}^{0}}{EI}dx$$

- ponieważ $\overline{M}^0=M_1$:





$$\overline{1}\cdot\delta_C^h=\sum\int_0^l\frac{M_p^{(n)}M_1}{EI}dx=$$

$$=\frac{1}{EI}\left[-\frac{1}{2}\cdot6\cdot3\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot14+\frac{1}{3}\cdot18\right)+\frac{2}{3}\cdot6\cdot\frac{4\cdot6^2}{8}\cdot\frac{1}{2}\cdot3+\frac{1}{2}\cdot3\cdot3\cdot\frac{2}{3}\cdot10\right]=\frac{0}{EI}=0$$

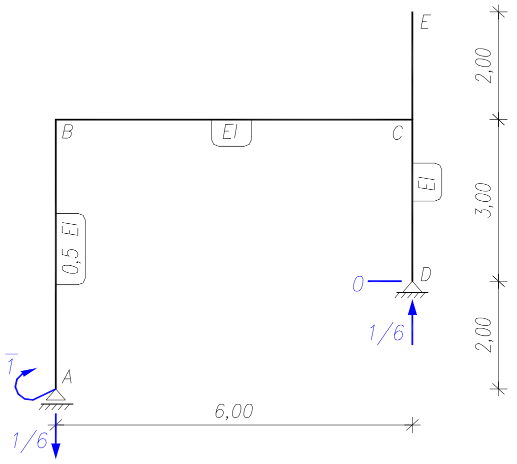
Zad.2b)

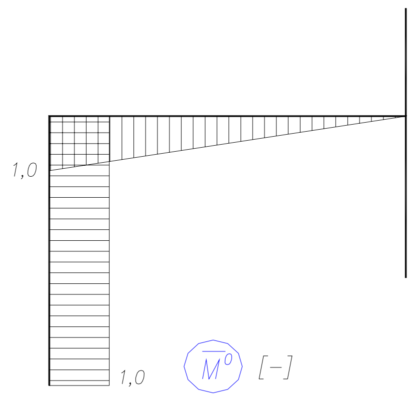
Kąt obrotu punktu A (pomijamy wpływ sił tnących i normalnych):

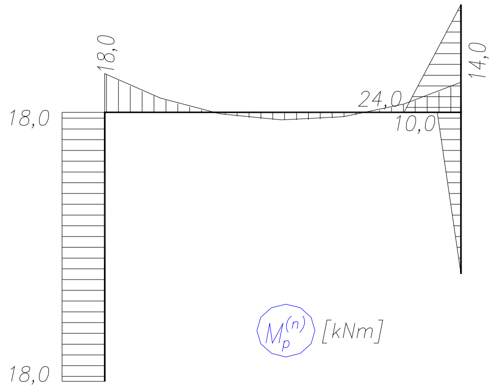
$$\overline{1}\cdot\varphi_A=\sum\int_0^l\frac{M_p^{(n)}\overline{M}^{(n)}}{EI}dx$$

Skorzystamy z tw. redukcyjnego i wyznaczonego w Zad.2. wykresu momentów zginających:

$$\overline{1}\cdot\varphi_A=\sum\int_0^l\frac{M_p^{(n)}\overline{M}^{(n)}}{EI}dx=\sum\int_0^l\frac{M_p^{(n)}\overline{M}^{0}}{EI}dx$$







$$\overline{1}\cdot\varphi_A=\frac{1}{EI}\left[-\frac{1}{2}\cdot6\cdot1\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot18+\frac{1}{3}\cdot14\right)+\frac{2}{3}\cdot\frac{4\cdot6^2}{8}\cdot6\cdot\frac{1}{2}\cdot1\right]-\frac{1}{0{,}5EI}\cdot[5\cdot1\cdot18]=\frac{-194}{EI}\;\left[\frac{kNm^2}{EI}\right]$$

Wymiarowanie przekroju:

$$w_x^{potrz}=\frac{|M_{ekstr}|}{\sigma_x}=\frac{1000}{21{,}5}=46{,}51\,cm^3$$

Przyjęto I160: w_x=117cm^3;
I_x=935cm^4;
I_y=117cm^4;
E=205Gpa;

$$\overline{1}\cdot\varphi_C=\frac{35{,}378}{1916{,}75}=0{,}0184\,rad=1{,}06^\circ$$

Kąt obrotu pktu A (dla I160) wynosi: $\underline{\varphi_C=0{,}0184\,rad=1{,}06^\circ}$