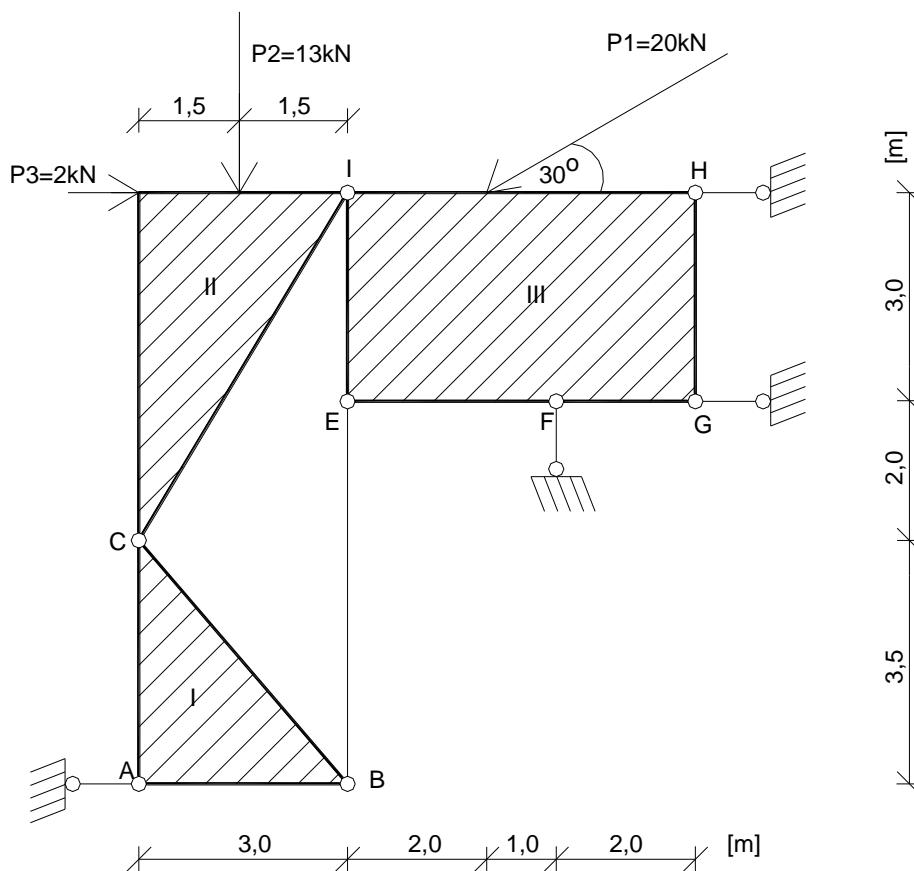


## WYZNACZANIE REAKCJI WIĘZÓW W UKŁADACH TARCZ SZTYWNYCH

### 1. Schemat układu:



### 2. Sprawdzenie geometrycznej niezmienności i statycznej wyznaczalności

#### a. Warunek konieczny

$$n = w - 3t$$

– liczba tarcz:  $t = 3$

– liczba więzów:  $w = 9$

$$n = 3 \cdot 3 - 9$$

$$n = 0$$

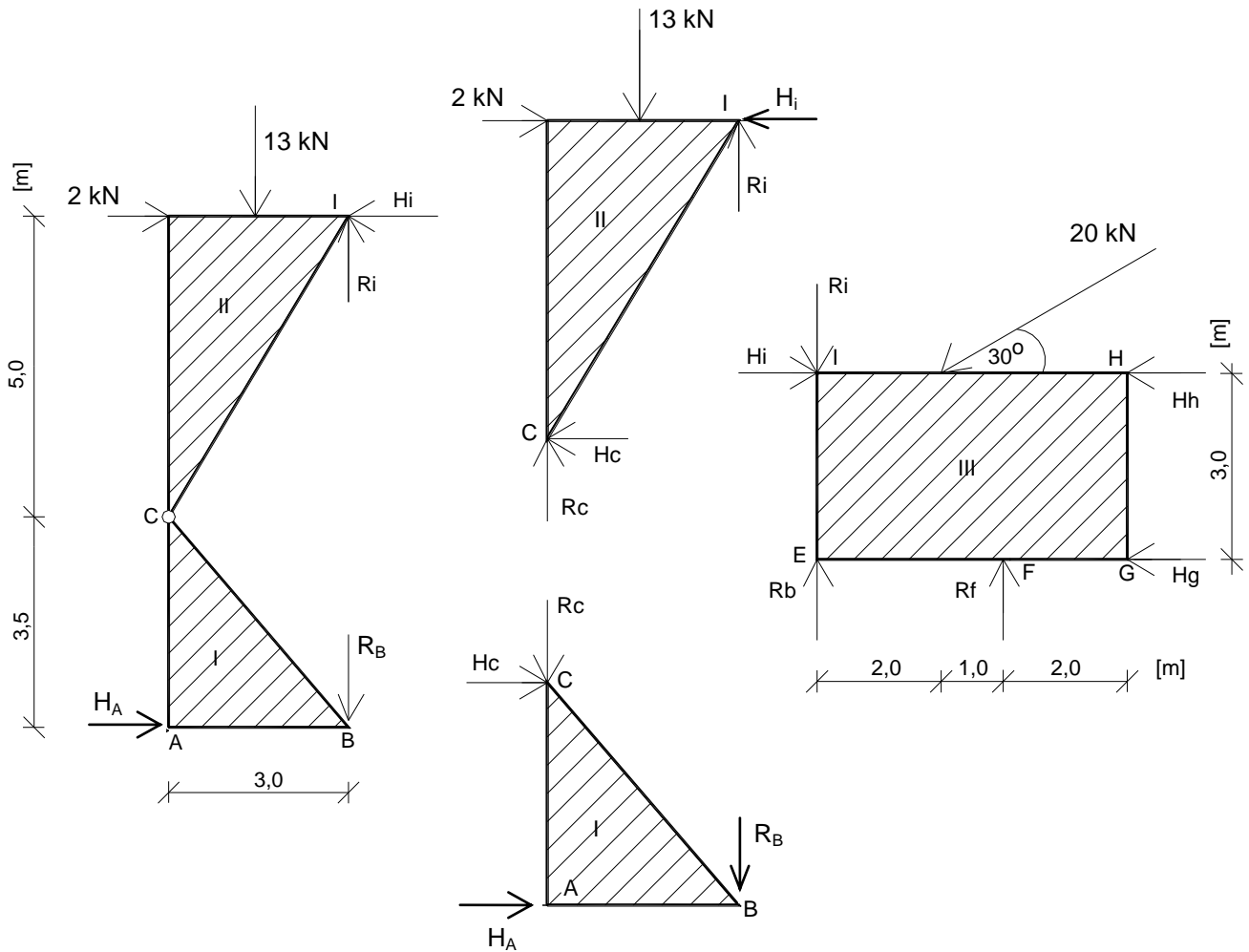
– warunek konieczny geometrycznej niezmienności jest spełniony

– układ jest statycznie wyznaczalny ( $s = 0$ )

#### b. Warunek dostateczny geometrycznej niezmienności

Tarcza III jest podparta 3 prętami, których kierunki nie przecinają się w jednym punkcie, jest więc geometrycznie niezmienna; tarcza I i II tworzą układ trójprzegubowy: przeguby: rzeczywiste C i I, oraz trzeci fikcyjny w punkcie B (tworzą go pręt A oraz EB). Przegub C łączy tarcze I, II między sobą, przegub I – tarczę II z geometrycznie niezmienną tarczą III, przegub B – tarczę I z podłożem i geometrycznie niezmienną tarczą III (podłożem zastępczym). Przeguby nie leżą na jednej prostej, zatem całość jest geometrycznie niezmienna.

3. Układ uwolniony od więzów:



$$\begin{aligned} \sum M_B^{I+II} &= 0 \\ -8,5 \cdot H_i - 1,5 \cdot 13 + 8,5 \cdot 2,0 &= 0 \\ H_i &= -0,2941 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_i^{I+II} &= 0 \\ -1,5 \cdot 13 - 8,5 \cdot H_A &= 0 \\ H_A &= -2,294 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_C^I &= 0 \\ -3,5 \cdot H_A + 3 \cdot R_B &= 0 \\ -3,5 \cdot (-2,294) + 3 \cdot R_B &= 0 \\ R_B &= -2,676 \text{ kN} \end{aligned}$$

spr.

$$\begin{aligned} \sum M_C^{I+II} &= 0 \\ -3,5 \cdot H_A + 3 \cdot R_B - 3 \cdot R_i - 5 \cdot H_i + 5 \cdot 2,0 + 1,5 \cdot 13,0 &= 0 \\ -3,5 \cdot (-2,294) + 3 \cdot (-2,676) - 3 \cdot 10,32 - 5 \cdot (-0,2941) + 5 \cdot 2,0 + 1,5 \cdot 13,0 &= 0 \\ 0,0115 &\approx 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum P_x^I &= 0 \\ H_C + H_A &= 0 \\ H_C - 2,294 &= 0 \\ H_C &= 2,294 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum P_y^I &= 0 \\ -R_C - R_B &= 0 \\ -R_C - (-2,676) &= 0 \\ R_C &= 2,676 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum P_y^{II} &= 0 \\ R_i + R_C - 13,0 &= 0 \\ R_i + 2,676 - 13,0 &= 0 \\ R_i &= 10,32 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\sum P_y^{III} = 0$$

$$R_B + R_F - R_i - 20,0 \cdot \sin 30^\circ = 0$$

$$-2,676 + R_F - 10,32 - 20,0 \cdot 0,5 = 0$$

$$R_F = 23,0 \text{ kN}$$

$$\sum M_i^{III} = 0$$

$$3 \cdot H_G - 3 \cdot R_F + 2 \cdot 20,0 \cdot \sin 30^\circ = 0$$

$$3 \cdot H_G - 3 \cdot 23,0 + 2 \cdot 20,0 \cdot 0,5 = 0$$

$$H_G = 16,33 \text{ kN}$$

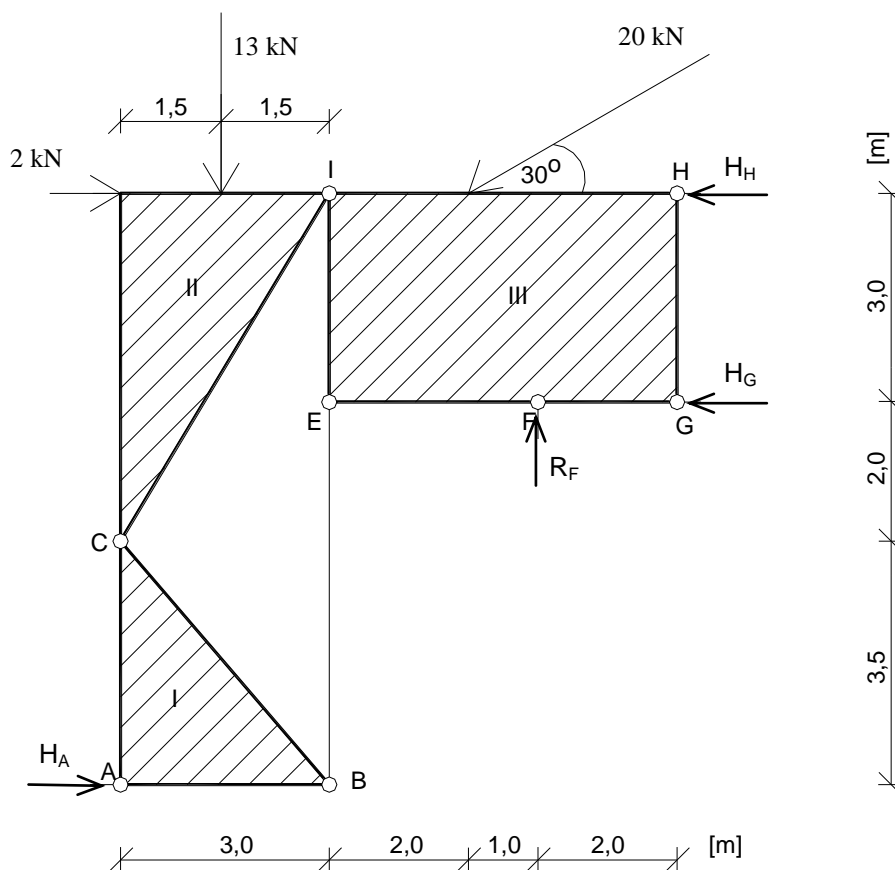
$$\sum P_x^{III} = 0$$

$$H_i - H_H - H_G - 20,0 \cdot \cos 30^\circ = 0$$

$$-0,2941 - H_H - 16,33 - 20,0 \cdot 0,8660 = 0$$

$$H_H = -33,94 \text{ kN}$$

Sprawdzenie



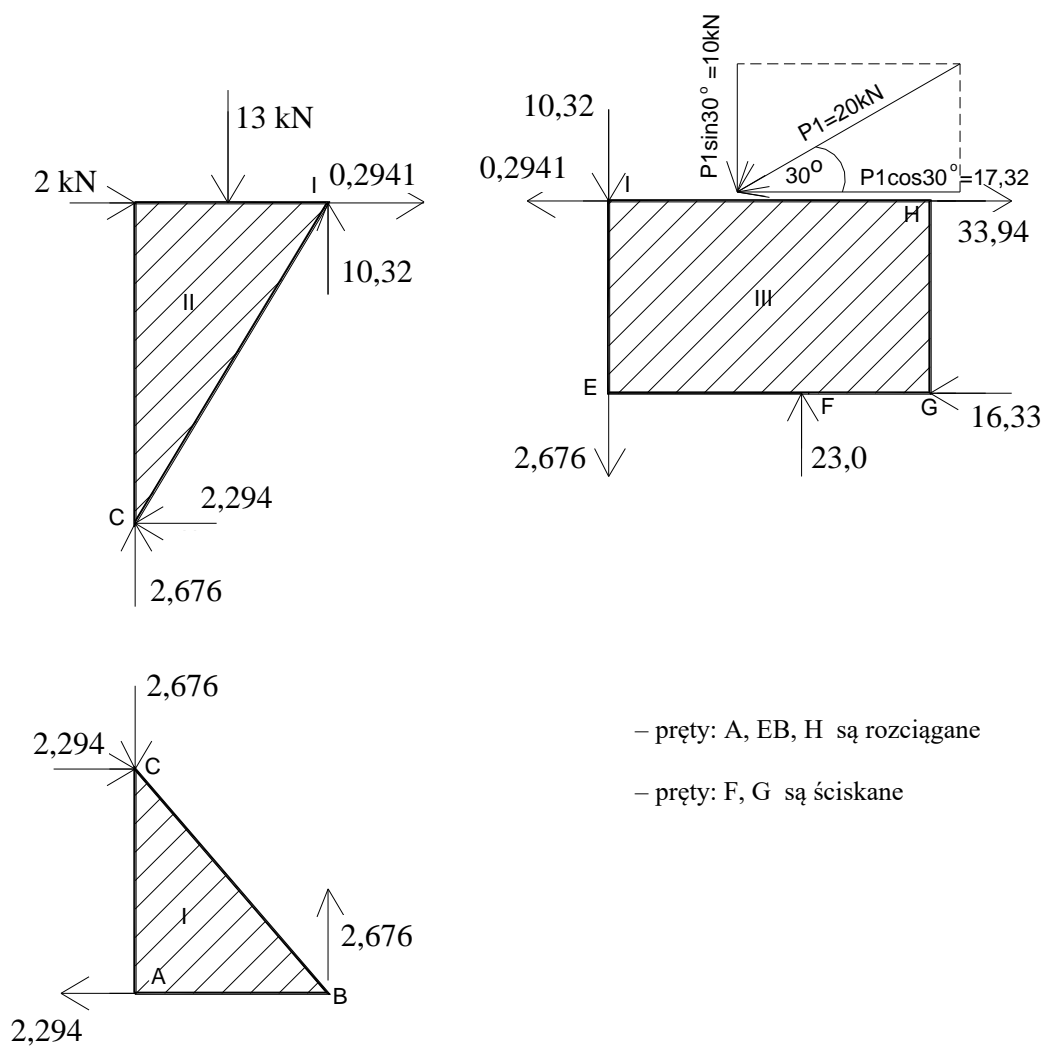
$$\sum M_C^{I+II+III} = 0$$

$$-3,5 \cdot H_A - 6 \cdot R_F - 2 \cdot H_G - 5 \cdot H_H - 5 \cdot 20,0 \cdot \cos 30^\circ + 2 \cdot 5 + 13 \cdot 1,5 + 5 \cdot 20 \cdot \sin 30^\circ = 0$$

$$-3,5 \cdot (-2,294) - 6 \cdot 23,0 - 2 \cdot 16,33 - 5 \cdot (-33,94) - 5 \cdot 20,0 \cdot 0,8660 + 2 \cdot 5 + 13 \cdot 1,5 + 5 \cdot 20 \cdot 0,5 = 0$$

$$-0,031 \approx 0$$

4. Zestawienie wyników [kN]



- pręty: A, EB, H są rozciągane
- pręty: F, G są ściskane