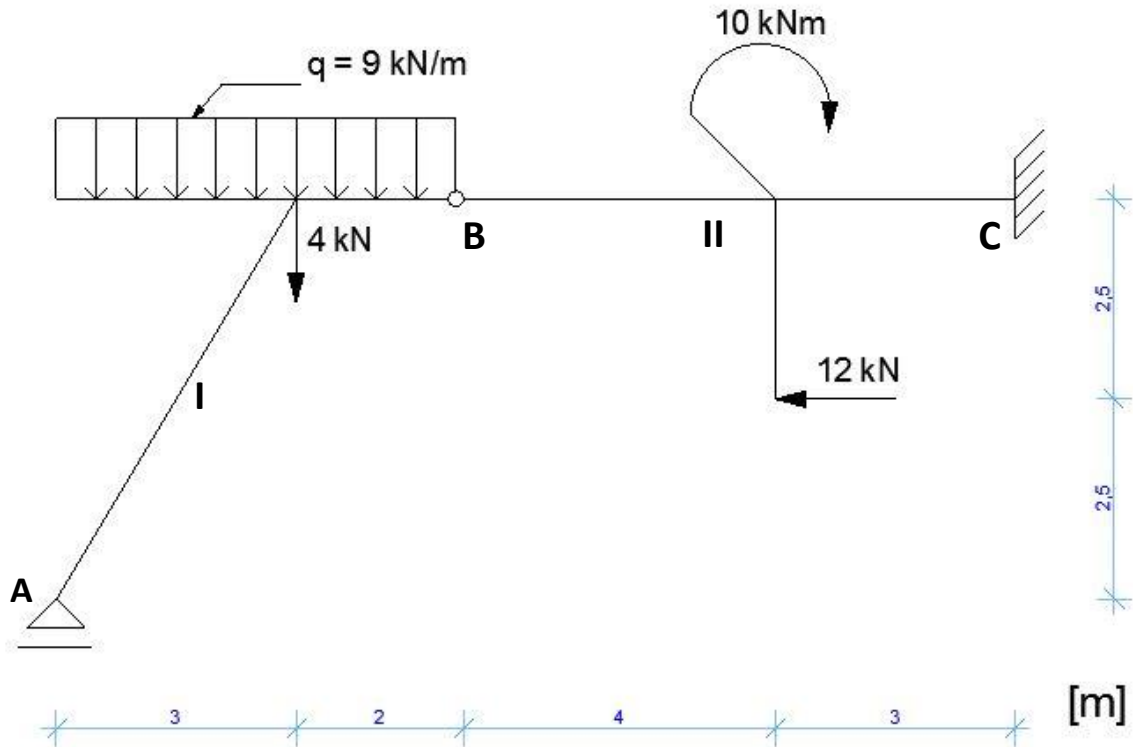


I. Schemat układu



II. Analiza geometrycznej niezmienności układu

Warunek konieczny:

$$n = w - 3 \cdot t$$

$$n \geq 0$$

liczba tarcz: $t = 2$

liczba więzów: $w = 6$

$$n = 6 - 3 \cdot 2$$

$$n = 0$$

Warunek konieczny geometrycznej niezmienności spełniony

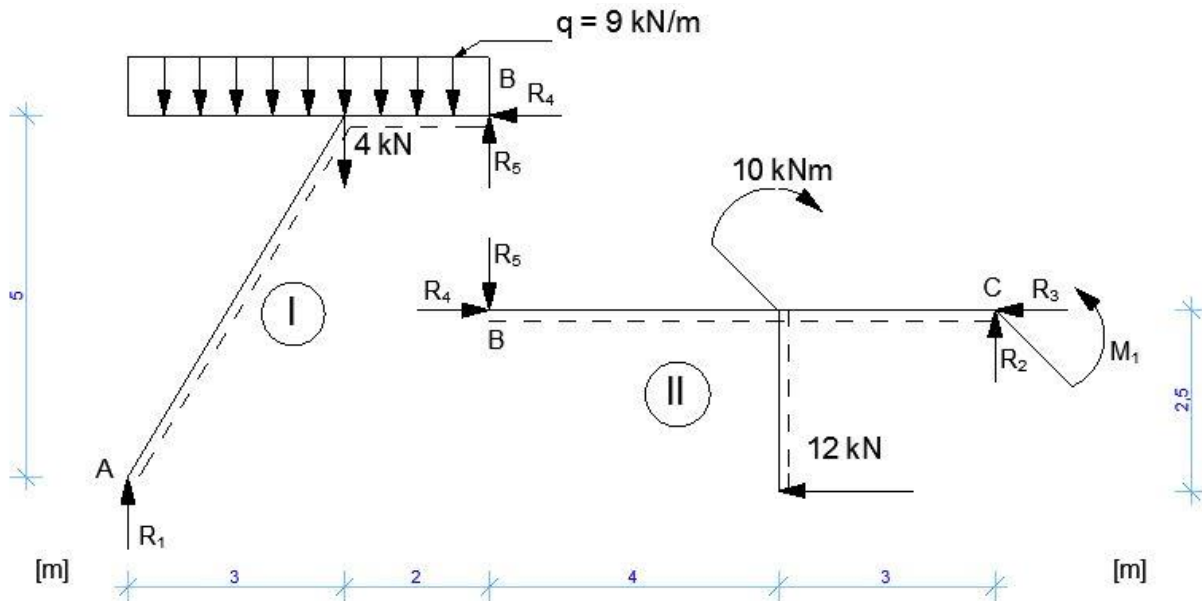
Warunek dostateczny:

- Tarcza sztywna II jest utwierdzona w punkcie C – ma odebrane trzy stopnie swobody. Jest więc ona geometrycznie niezmienna względem podłoża.
- Tarcza sztywna I jest połączona przegubem B z geometrycznie niezmienną tarczą II i podporą przegubowo-przesuwną A z podłożem. Przegub B nie leży na kierunku podpory A, więc tarcza I jest geometrycznie niezmienna.

Warunek dostateczny spełniony, zatem cały układ jest geometrycznie niezmienny.

III. Wyznaczanie reakcji więzów

Uwolnienie układu od więzów:



$$\sum P_x^I = 0: -R_4 = 0$$

$$R_4 = 0$$

$$\sum M_B^I = 0: R_1 \cdot 5 - 27 \cdot 3,5 - 4 \cdot 2 - 18 \cdot 1 = 0$$

$$5 \cdot R_1 = 120,5$$

$$R_1 = 24,1 \text{ kN}$$

$$\sum M_A^I = 0: 27 \cdot 1,5 + 4 \cdot 3 + 18 \cdot 4 - R_5 \cdot 5 = 0$$

$$5 \cdot R_5 = 124,5$$

$$R_5 = 24,9 \text{ kN}$$

Sprawdzenie: $\sum P_y^I = 0: 24,1 + 24,9 - 27 - 4 - 18 = 0$

$$0 = 0$$

$$\sum P_x^{II} = 0: R_4 - R_3 - 12 = 0$$

$$R_3 = -12 \text{ kN}$$

$$\sum M_C^{II} = 0: -R_5 \cdot 7 + 10 + 12 \cdot 2,5 - M_1 = 0$$

$$M_1 = -174,3 + 40$$

$$M_1 = -134,3 \text{ kNm}$$

$$\sum M_B^{\text{II}} = 0: 10 + 12 \cdot 2,5 - R_2 \cdot 7 - M_1 = 0$$

$$7 \cdot R_2 = 174,3$$

$$R_2 = 24,9 \text{ kN}$$

Sprawdzenie:

$$\sum P_y^{\text{II}} = 0: -R_5 + R_2 = 0$$

$$-24,9 + 24,9 = 0$$

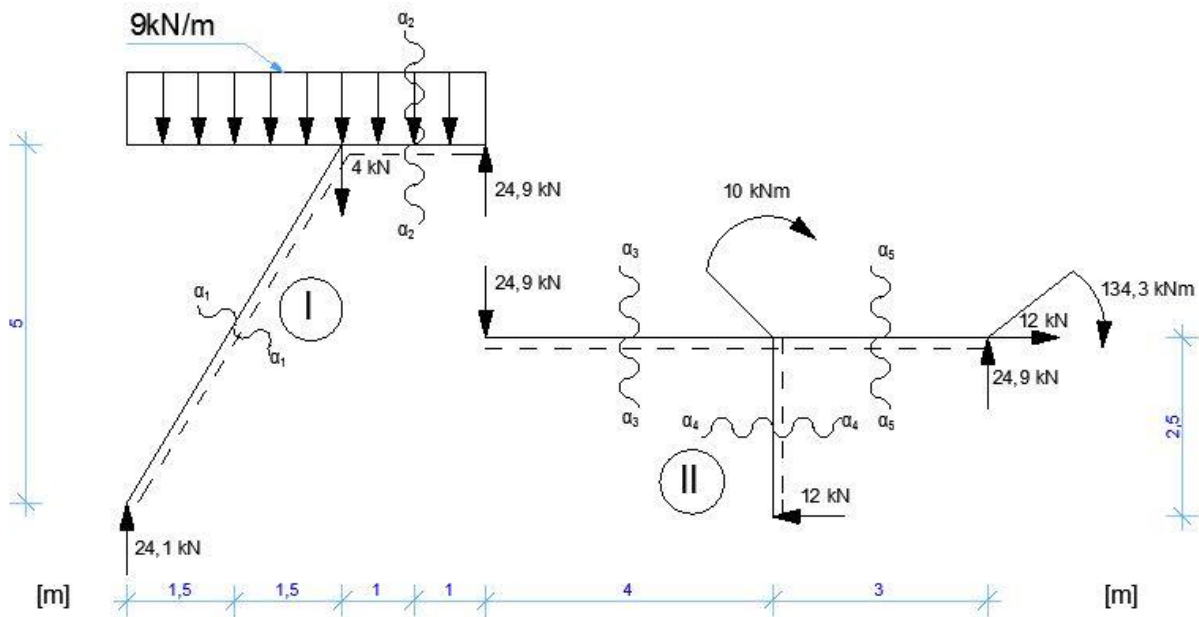
$$0 = 0$$

Sprawdzenie:

$$\sum P_y^{\text{I+II}} = 0: 24,1 + 24,9 - 4 - 18 - 27 = 0$$

$$0 = 0$$

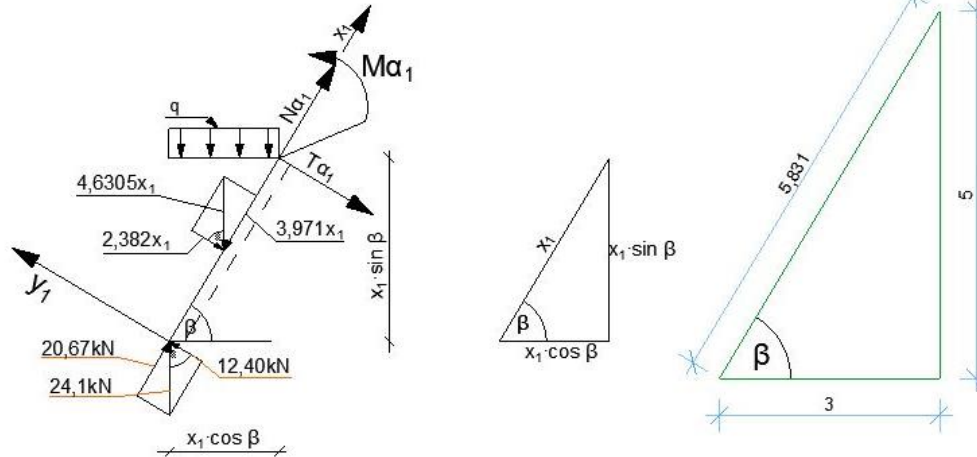
Zestawienie sił działających na układ



IV. Wyznaczenie sił wewnętrznych

Przekrój $\alpha_1 - \alpha_1$

$$x_1 \in < 0, 5,831 >$$



$$\sin \beta = 0,8575; \quad \cos \beta = 0,5145$$

$$24,1 \cdot \sin \beta = 20,67 \text{ kN}$$

$$24,1 \cdot \cos \beta = 12,40 \text{ kN}$$

$$9 \cdot x_1 \cdot \cos \beta = 9 \cdot x_1 \cdot 0,5145 = 4,6305 \cdot x_1$$

$$9 \cdot x_1 \cdot \cos \beta \cdot \cos \beta = 9 \cdot x_1 \cdot 0,5145 \cdot 0,5145 = 2,382 \cdot x_1$$

$$9 \cdot x_1 \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta = 9 \cdot x_1 \cdot 0,5145 \cdot 0,8575 = 3,971 \cdot x_1$$

$$\sum P_{x_1} = 0: N_{\alpha_1} + 20,67 - 3,971 \cdot x_1 = 0$$

$$N_{\alpha_1} + 20,67 - 3,971 \cdot x_1 = 0$$

$$N_{\alpha_1} = 3,971 \cdot x_1 - 20,67$$

$$x_1 = 0 \rightarrow N_{\alpha_1} = -20,67 \text{ kN}$$

$$x_1 = 5,831 \rightarrow N_{\alpha_1} = 2,485 \text{ kN}$$

$$\sum P_{y_1} = 0: 12,40 - 2,382 \cdot x_1 - T_{\alpha_1} = 0$$

$$T_{\alpha_1} = -2,382 \cdot x_1 + 12,40$$

$$x_1 = 0 \rightarrow T_{\alpha_1} = 12,40 \text{ kN}$$

$$x_1 = 5,831 \rightarrow T_{\alpha_1} = -1,489 \text{ kN}$$

$$\sum M_{\alpha_1 - \alpha_1} = 0: 12,40 \cdot x_1 - 2,382 \cdot x_1 - M_{\alpha_1} = 0$$

$$M_{\alpha_1} = 12,40 \cdot x_1 - 1,191 \cdot x_1^2$$

$$x_1 = 0 \rightarrow M_{\alpha_1} = 0$$

$$x_1 = 5,831 \rightarrow M_{\alpha_1} = 31,80 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

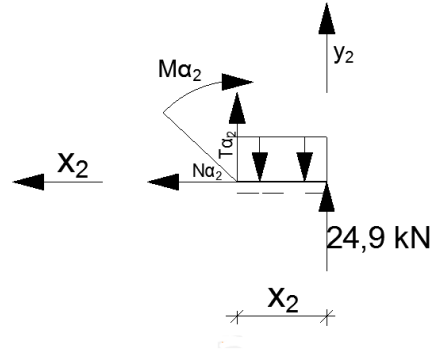
Ekstremum:

$$T_{\alpha_1} = 0: -2,382 x_1 + 12,40 = 0$$

$$x_1 = 5,206 \text{ [m]} \rightarrow M_{\text{MAX}} = 32,26 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Przekrój $\alpha_2 - \alpha_2$

$$x_2 \in \langle 0, 2 \rangle$$



$$\sum P x_2 = 0: -N_{\alpha_2} = 0$$

$$N_{\alpha_2} = 0$$

$$\sum P y_2 = 0: 24,90 - 9 \cdot x_2 + T_{\alpha_2} = 0$$

$$T_{\alpha_2} = 9 \cdot x_2 - 24,90$$

$$x_2 = 0 \rightarrow T_{\alpha_2} = -24,90 \text{ kN}$$

$$x_2 = 2 \rightarrow T_{\alpha_2} = -6,90 \text{ kN}$$

$$\sum M_{\alpha_2 - \alpha_2} = 0: -24,90 \cdot x_2 + 9 \cdot x_2 + M_{\alpha_2} = 0$$

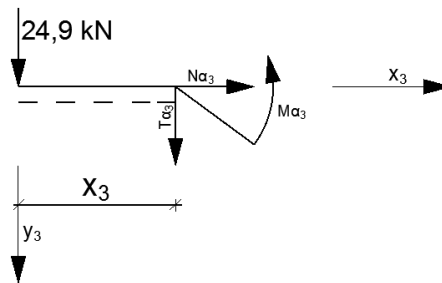
$$M_{\alpha_2} = 24,90 \cdot x_1 - 4,5 \cdot x_2^2$$

$$x_2 = 0 \rightarrow M_{\alpha_2} = 0$$

$$x_2 = 2,0 \rightarrow M_{\alpha_2} = 31,80 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Przekrój $\alpha_3 - \alpha_3$

$$x_3 \in \langle 0, 4 \rangle$$



$$\sum P x_3 = 0: N_{\alpha_3} = 0$$

$$\sum P y_2 = 0: 24,90 + T_{\alpha_3} = 0$$

$$T_{\alpha_3} = -24,90 \text{ kN}$$

$$\sum M_{\alpha_3 - \alpha_3} = 0: -24,90 \cdot x_3 - M_{\alpha_3} = 0$$

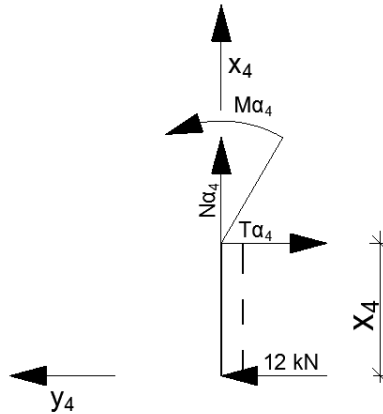
$$M_{\alpha_3} = -24,90 \cdot x_3$$

$$x_3 = 0 \rightarrow M_{\alpha_3} = 0$$

$$x_3 = 4 \rightarrow M_{\alpha_3} = -99,60 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Przekrój $\alpha_4 - \alpha_4$

$$x_4 \in \langle 0; 2,5 \rangle$$



$$\sum P_{x_4}: N_{\alpha_4} = 0$$

$$\sum P_{y_4} = 0: 12 - T_{\alpha_4} = 0$$

$$T_{\alpha_3} = 12 \text{ kN}$$

$$\sum M_{\alpha_4 - \alpha_4} = 0: 12 \cdot x_4 - M_{\alpha_4} = 0$$

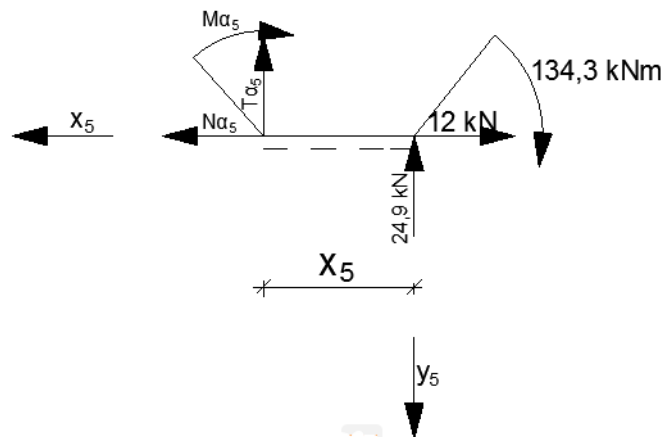
$$M_{\alpha_3} = 12 \cdot x_4$$

$$x_4 = 0 \rightarrow M_{\alpha_4} = 0$$

$$x_4 = 2,5 \rightarrow M_{\alpha_4} = 30 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Przekrój $\alpha_5 - \alpha_5$

$$x_5 \in \langle 0; 3 \rangle$$



$$\sum P_{x_5} = 0: N_{\alpha_5} - 12 = 0$$

$$N_{\alpha_5} = 12 \text{ kN}$$

$$\sum P_{y_5} = 0: -24,90 - T_{\alpha_5} = 0$$

$$T_{\alpha_5} = -24,90 \text{ kN}$$

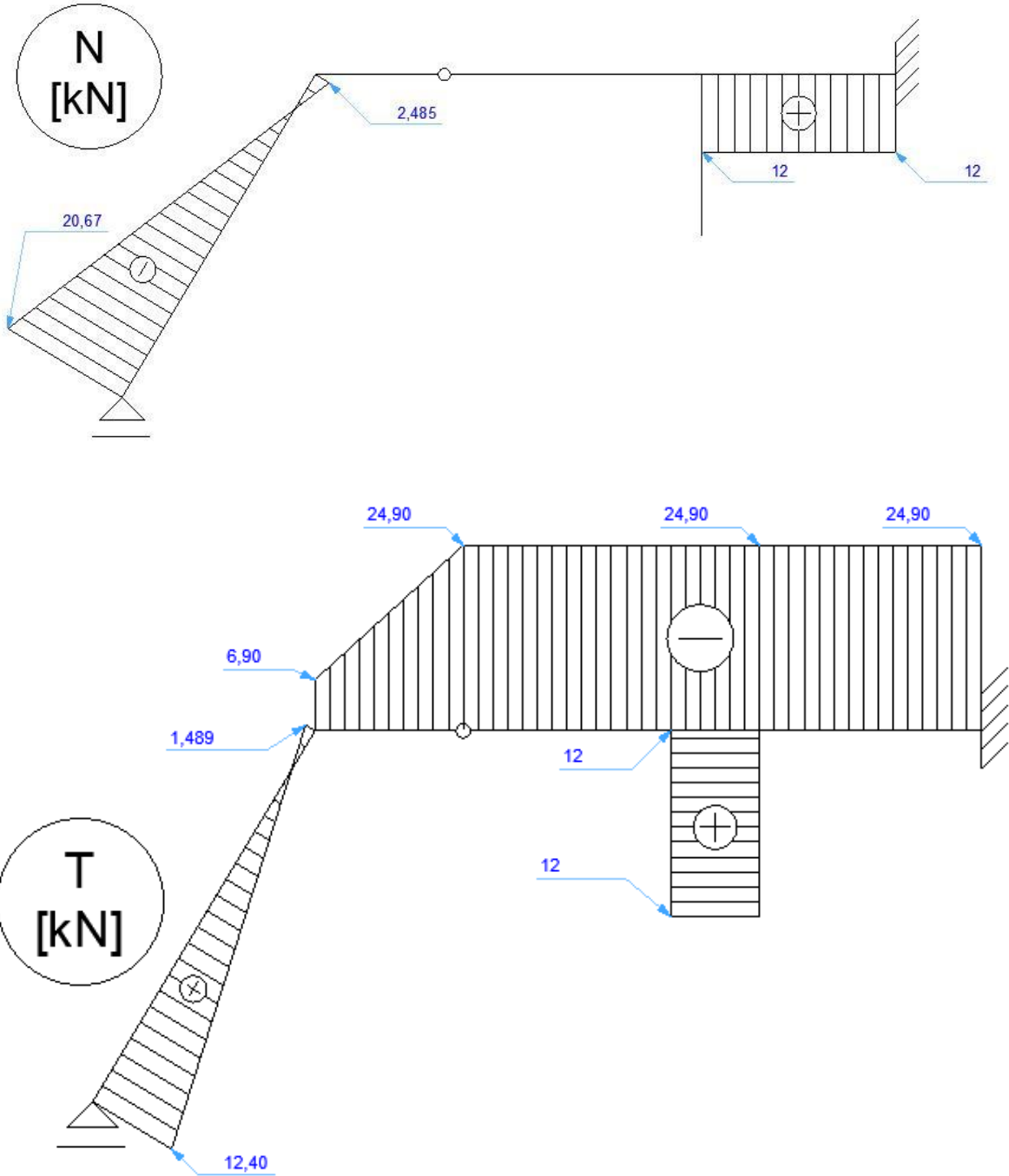
$$\sum M_{\alpha_5 - \alpha_5} = 0: -24,90 \cdot x_5 + 134,3 + M_{\alpha_5} = 0$$

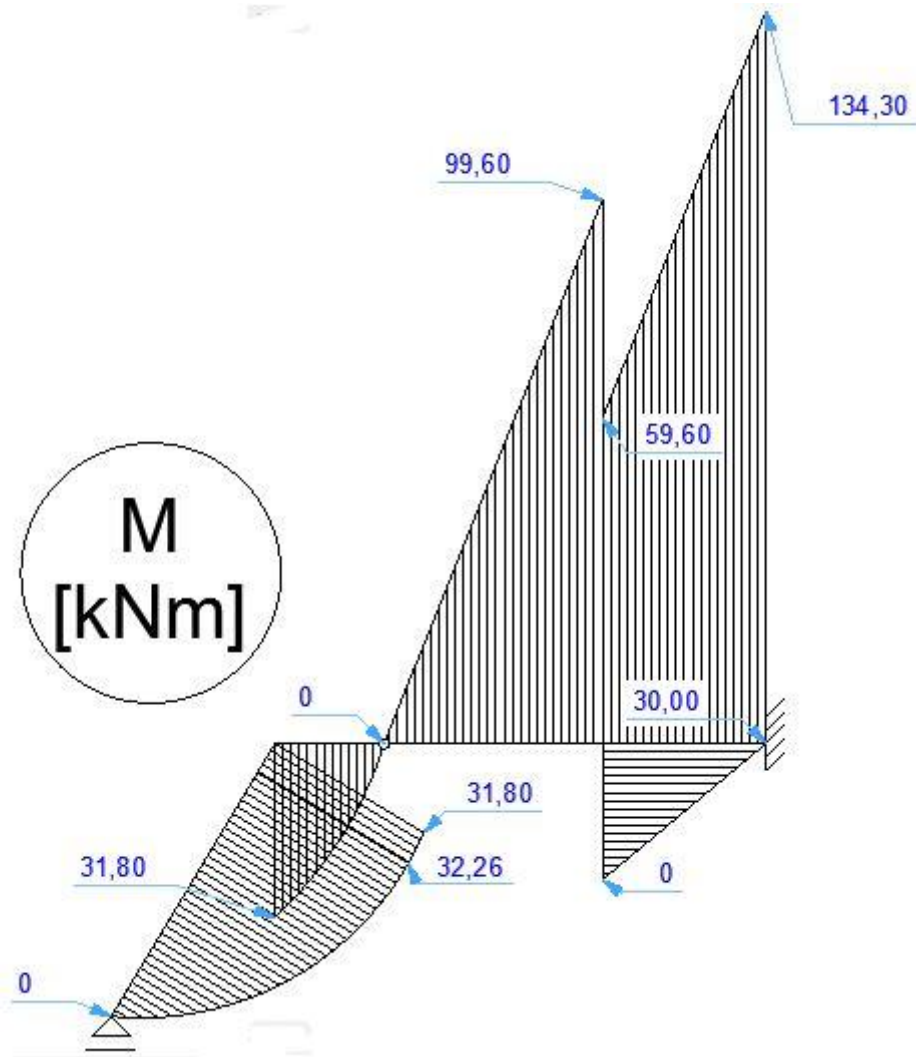
$$M_{\alpha_5} = 24,90 \cdot x_5 - 134,3$$

$$x_5 = 0 \rightarrow M_{\alpha_5} = -134,3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x_5 = 3 \rightarrow M_{\alpha_5} = -59,6 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

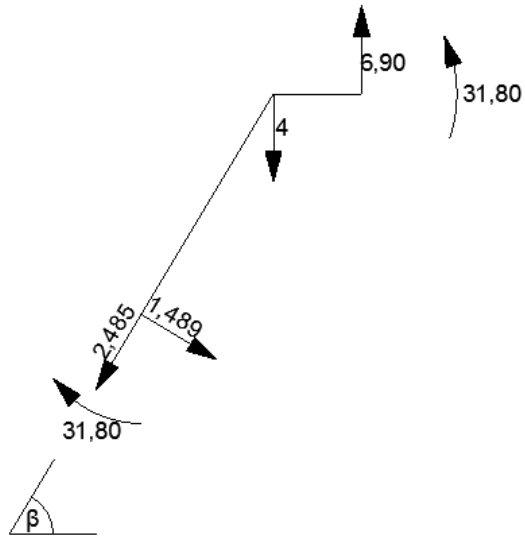
V. Wykresy sił wewnętrznych





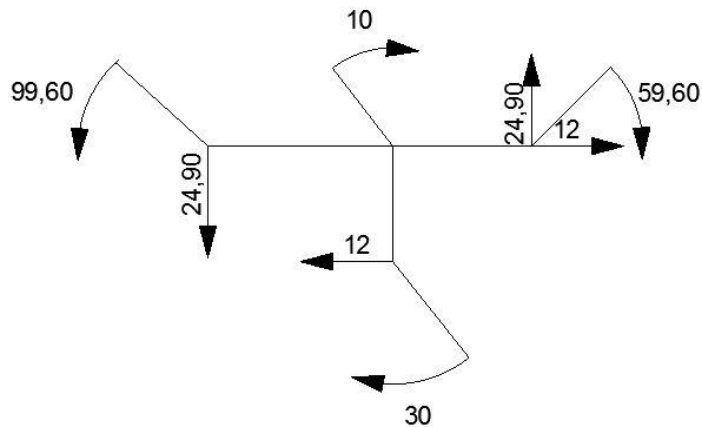
VI. Sprawdzenie równowagi węzłów

Węzeł I:



$$\begin{aligned} \sum P_x: & 2,485 \cdot \cos\beta - 1,489 \cdot \sin\beta = 0 \\ & 1,279 - 1,277 = 0 \\ & 0,002 \approx 0 \\ \sum P_y: & -4 - 2,485 \cdot \sin\beta - 1,489 \cdot \cos\beta + 6,90 = 0 \\ & 2,9 - 2,131 - 0,766 = 0 \\ & 0,003 \approx 0 \\ \sum M: & 31,80 - 31,80 = 0 \\ & 0 = 0 \end{aligned}$$

Węzeł II:



$$\begin{aligned} \sum P_x: & 12 - 12 = 0 \\ & 0 = 0 \\ \sum P_y: & -24,90 + 24,90 = 0 \\ & 0 = 0 \\ \sum M: & -99,60 + 10 + 59,60 + 30 = 0 \\ & 0 = 0 \end{aligned}$$

Oba węzły pozostają w równowadze.