

Politechnika Poznańska

Instytut Konstrukcji Budowlanych

Zakład Mechaniki Budowli



Ćwiczenie projektowe nr 1

Obliczanie przemieszczeń z zastosowaniem równania pracy wirtualnej

Prowadzący: mgr inż. Anita Kaczor

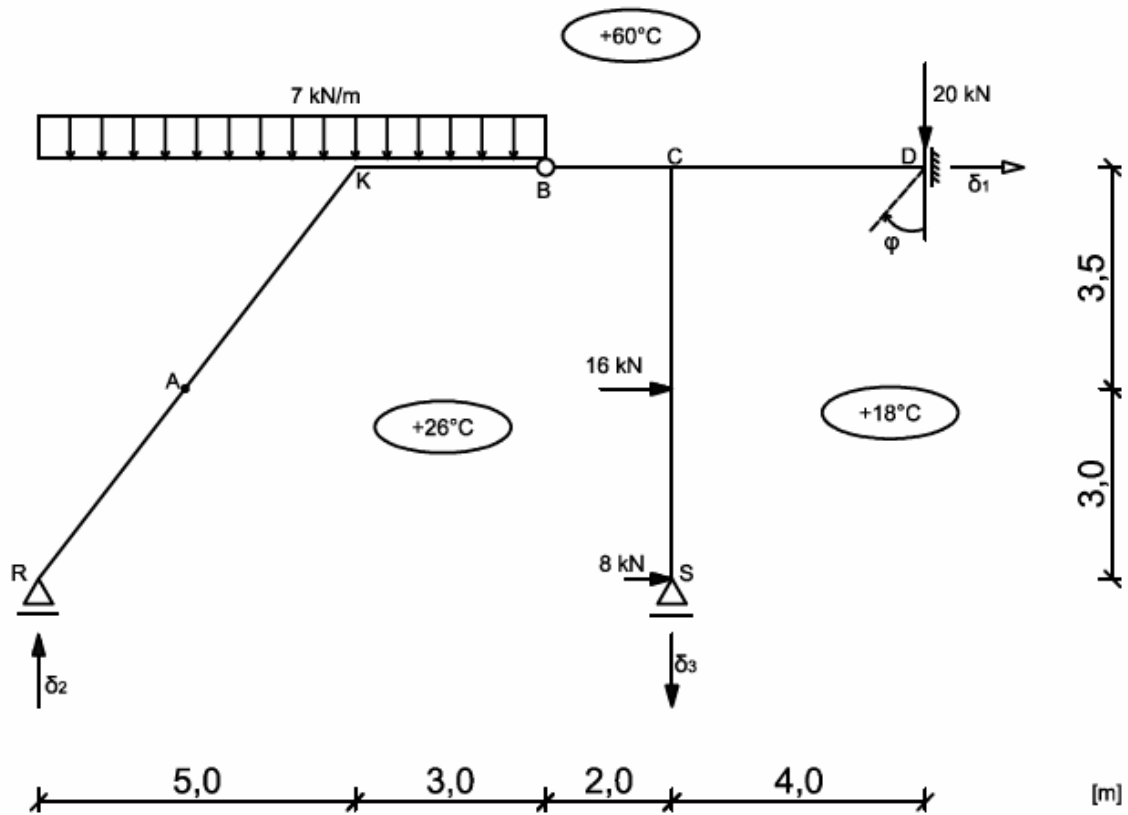
Autor: Norbert Nowodworski

Nr indeksu: 109945

Semestr: III

Rok: 2014/2015

Schemat statyczny ramy:



Dane wyjściowe do projektu:

- $t_m = +35 \text{ }^\circ\text{C}$
- $\delta_1 = 1,5 \text{ cm}$
- $\delta_2 = 2,3 \text{ cm}$
- $\delta_3 = 0,4 \text{ cm}$
- $\varphi = 0,75^\circ = 0,01309 \text{ rad}$
- $\sin \alpha = 0,7926$
- $\cos \alpha = 0,6097$

- $\sigma_{dop} = 200 \text{ MPa}$
- $E = 205 \text{ GPa}$
- $\alpha_t = 1,2 \cdot 10^{-5} [1/^\circ\text{C}]$

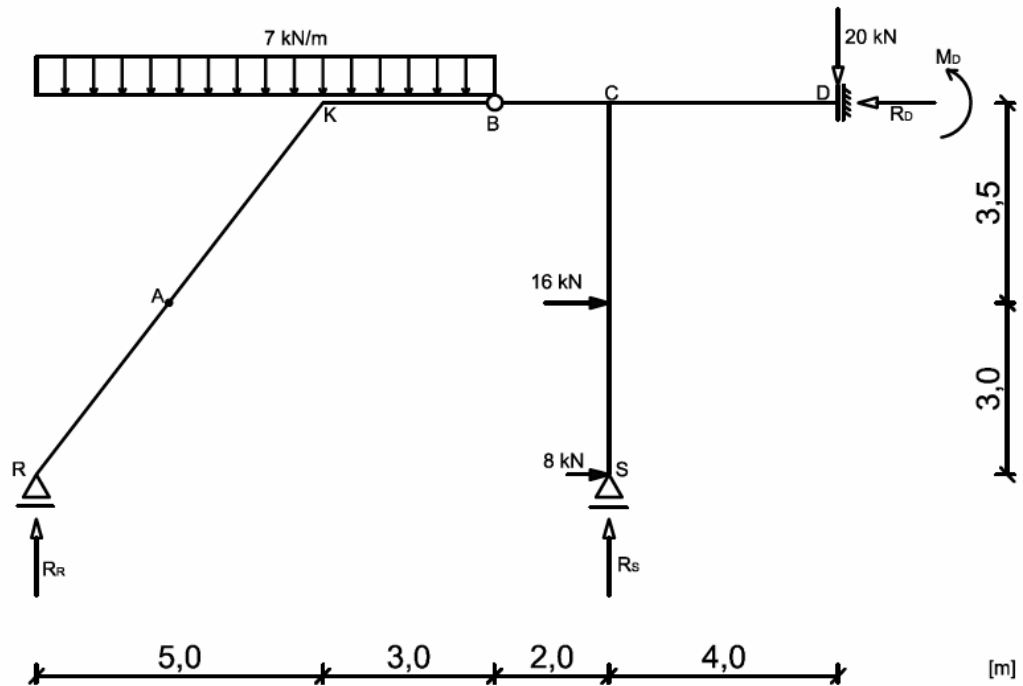
Zadanie:

- 1. Zaprojektować przekrój prętów z profili dwuteowych (IN, IPE, HEB, HEA), tak aby pod działaniem podanego obciążenia powstałe w prętach naprężenia normalne spełniały warunek: $\sigma \leq 200 \text{ MPa}$.**
- 2. Dla podanych danych wyznaczyć:**
 - a. przemieszczenie pionowe punktu K od obciążenia siłami zewnętrznymi
 - b. wzajemne zbliżenie punktów R i S od obciążenia siłami zewnętrznymi
 - c. wypadkowe przemieszczenie punktu A wywołane zmianą temperatury
 - d. obrót przekroju K wywołany osiadaniem podpór

Rozwiązanie:

1. Projektowanie przekroju:

1.1. Schemat statyczny ramy:



1.2. Wyznaczanie reakcji:

$$\Sigma X = 16 + 8 - R_D = 0$$

$$R_D = 24,0 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B^I = R_R \cdot 8 - 7 \cdot 8 \cdot 4 = 0$$

$$R_R = 28,0 \text{ kN}$$

$$\Sigma Y = R_R + R_S - 7 \cdot 8 - 20 = 0$$

$$R_S = 48,0 \text{ kN}$$

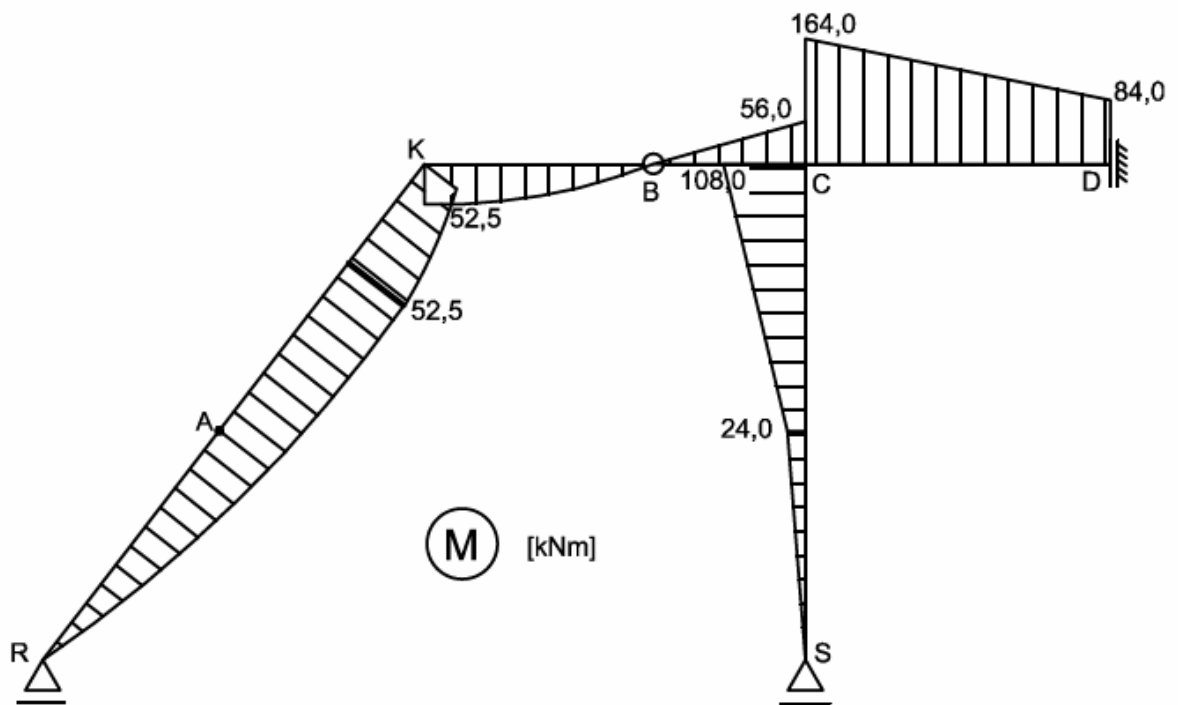
$$\Sigma M_D = R_R \cdot 14 + R_S \cdot 4 - 7 \cdot 8 \cdot 10 - 16 \cdot 3,5 - 8 \cdot 6,5 - M_D = 0$$

$$M_D = -84,0 \text{ kNm}$$

$$\sum X^I = H_B = 0$$

$$H_B = 0,0 \text{ kN}$$

1.3. Wykres momentów zginających:



1.4. Maksymalny moment zginający:

$$M_{\max} = 164,0 \text{ kNm}$$

$$R = 200\text{MPa} = 20 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

1.5. Przyjmuję przekrój IPE360:

$$W_y = 904.0 \text{ cm}^3$$

$$I_y = 16270.0 \text{ cm}^4$$

$$E = 20500 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

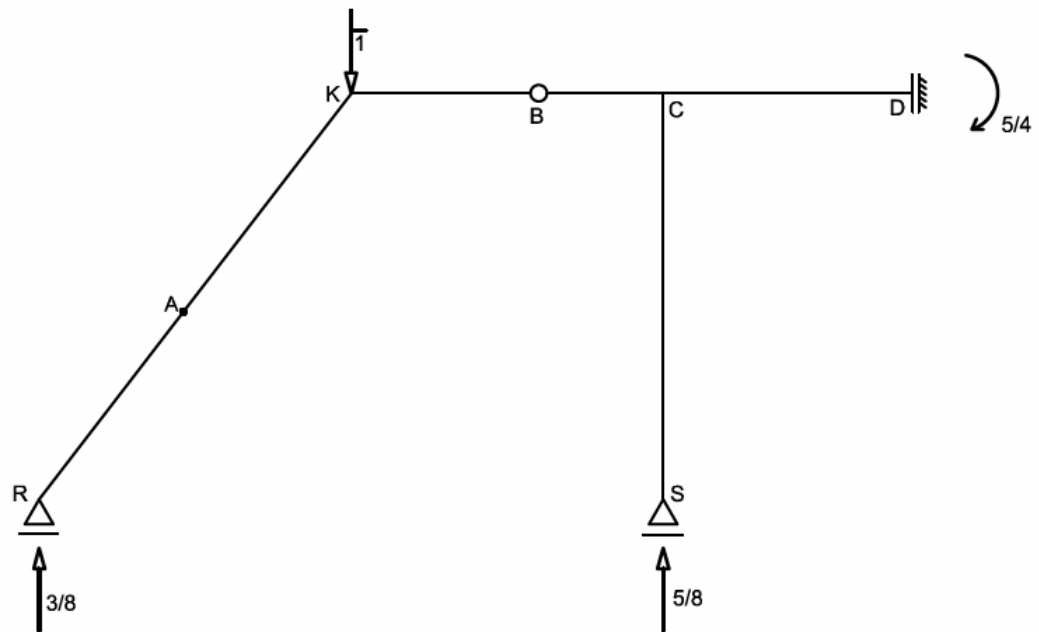
$$h = 0,36 \text{ m}$$

$$\underline{EI = 33353.5 \text{ kNm}^2}$$

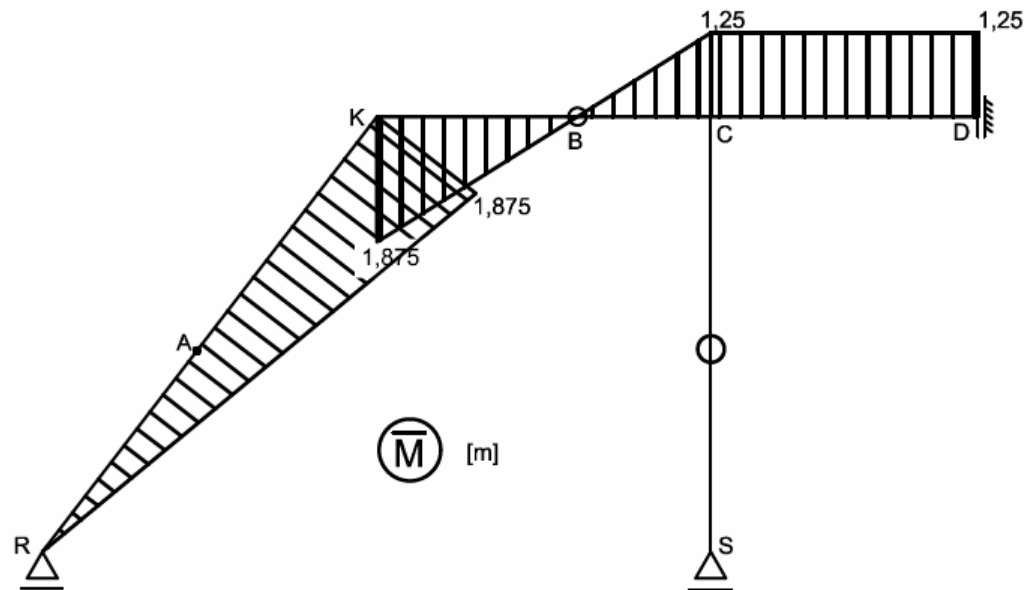
2. Obliczanie przemieszczeń:

2.1. Przemieszczenie pionowe pkt. K od obciążenia siłami zewnętrznymi:

- Obciążenie wirtualne:



- Wykres momentów zginających od obciążenia wirtualnego:



- Wzór:

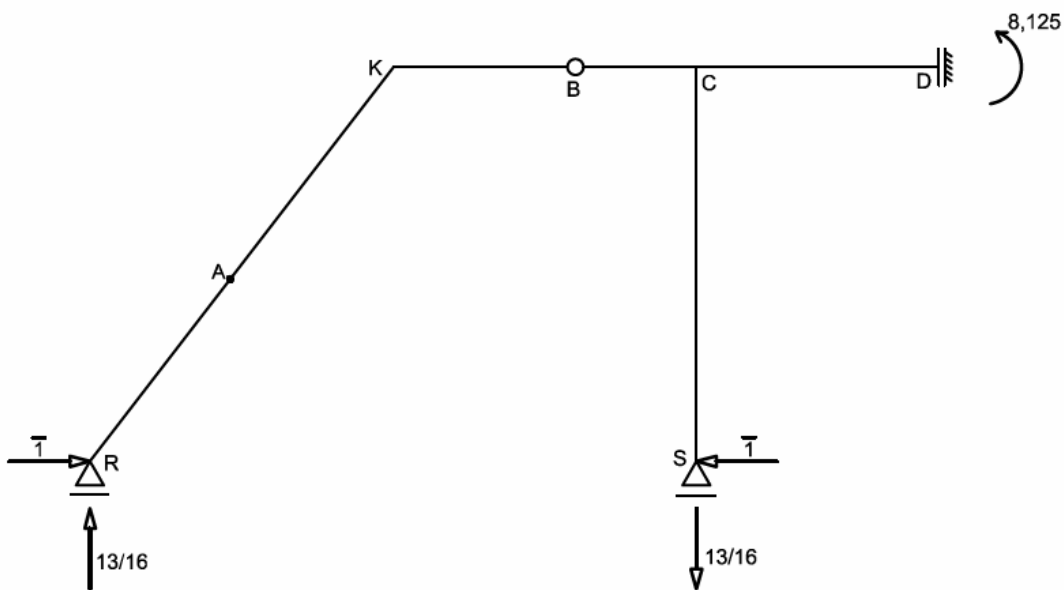
- Obliczenia:

$$v_K^M \cdot \bar{1} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 8,2 \cdot 52,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,875 + \frac{7 \cdot 5^2}{8} \cdot \frac{2}{3} \cdot 8,2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,875 + \frac{1}{2} \cdot 52,5 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,875 + \dots \right]$$

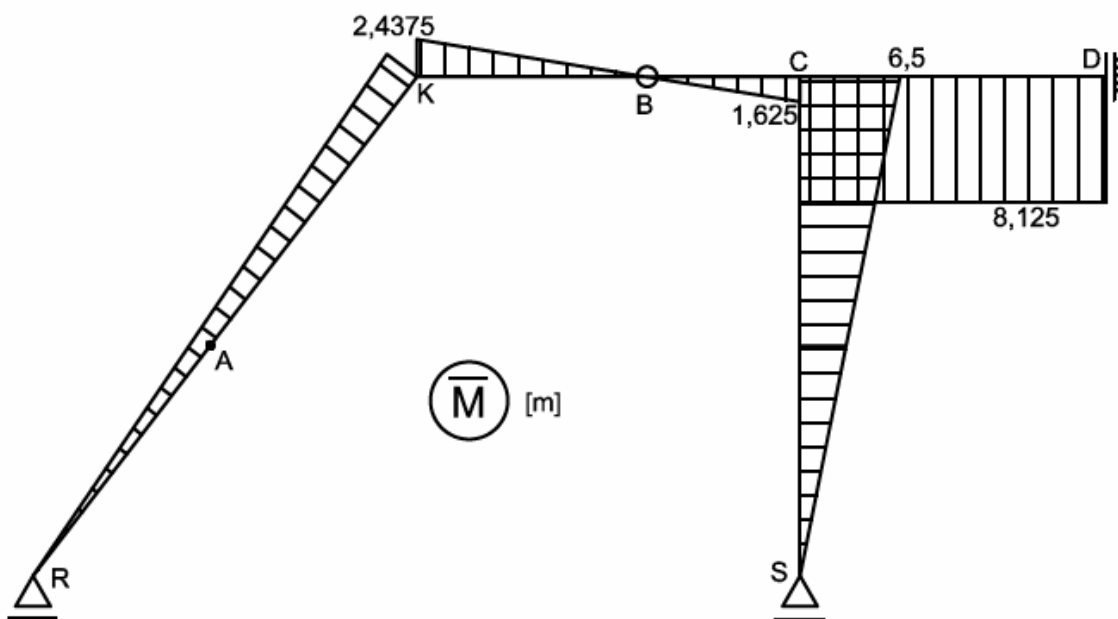
$$v_K^M = \frac{1161,04}{33353,5} = 0,03481 \text{ [m]}$$

2.2 Wzajemne zbliżenie pkt. R i S od obciążenia siłami zewnętrznymi:

- Obciążenie wirtualne:



- Wykres momentów zginających od obciążenia wirtualnego:



- Wzór:

$$\delta_{RS} \cdot \bar{I} = \sum \int \frac{M \cdot \bar{M}}{EI} dx$$

- Obliczenia:

$$\delta_{RS} \cdot \bar{I} = \frac{1}{EI} \left[-\frac{1}{2} \cdot 8,2 \cdot 52,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,4375 - \frac{7 \cdot 5^2}{8} \cdot \frac{2}{3} \cdot 8,2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2,4375 - \frac{1}{2} \cdot 52,5 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,4375 \right]$$

$$\delta_{RS} = \frac{1}{33353,5} \left[-\frac{11193}{32} - \frac{3731}{16} - \frac{4095}{32} - \frac{2457}{128} - \frac{182}{3} - 4030 - 1008 - 175 - 72 \right]$$

$$\delta_{RS} = -\frac{6075,79}{33353,5} = -0,1821[m]$$

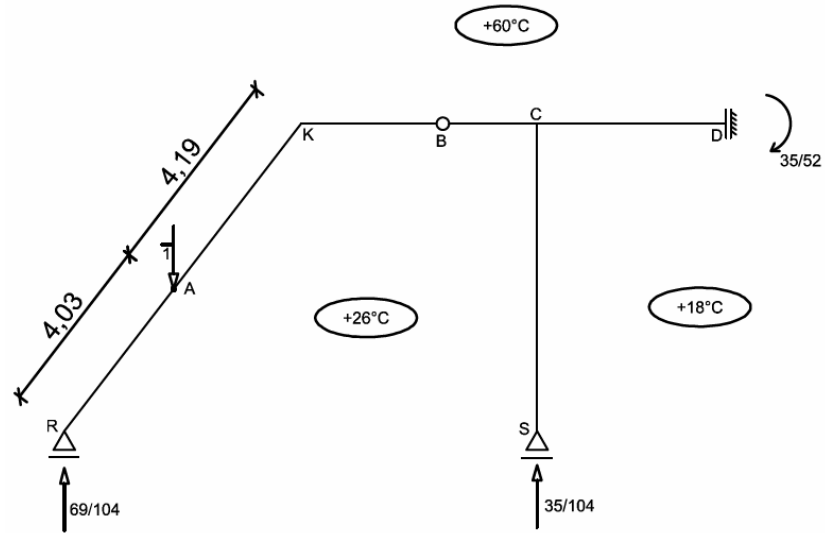
2.3 Przemieszczenie wypadkowe pkt. A wywołane zmianą temperatury:

Dane do obliczeń:

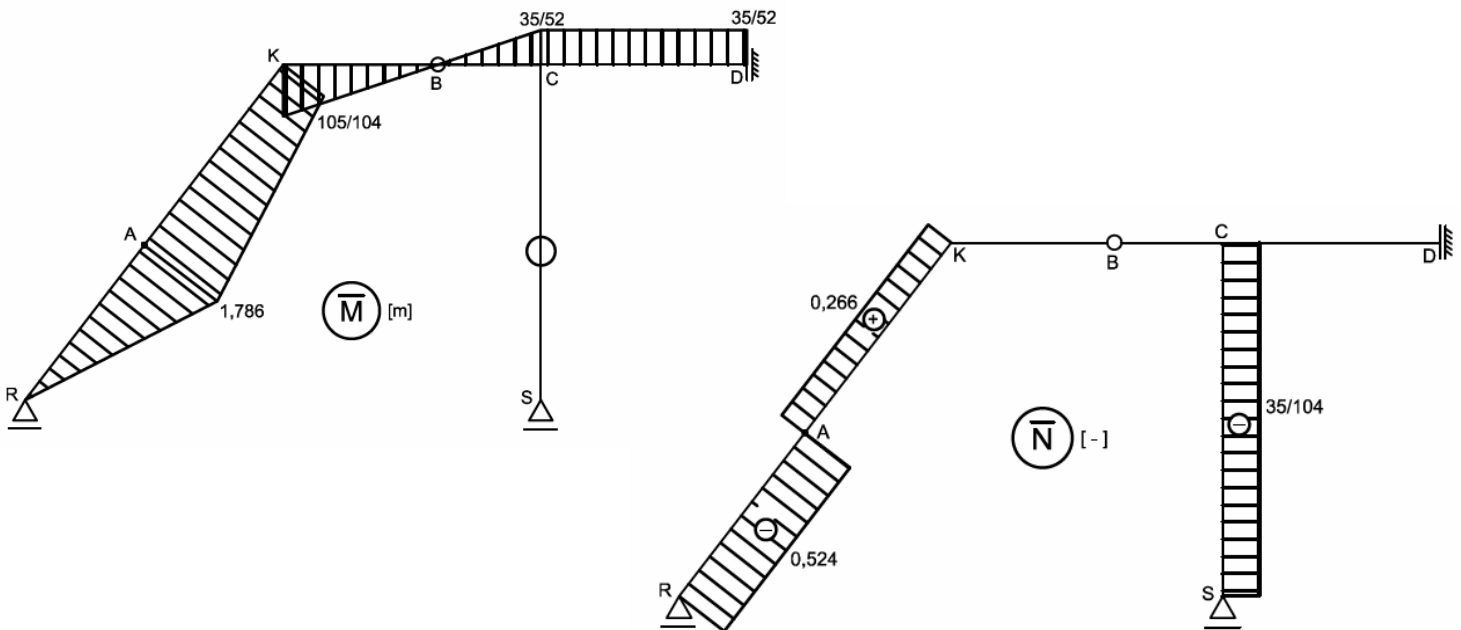
- $t_m = +35^\circ\text{C}$
- $\alpha_t = 1,2 \cdot 10^{-5} []$
- **$h = 0,36 \text{ m}$**

- Obciążenie wirtualne - przemieszczenie pionowe:

Obliczanie przemieszczeń z zastosowaniem równania pracy wirtualnej



- Wykres momentów zginających i sił normalnych od obciążenia wirtualnego:



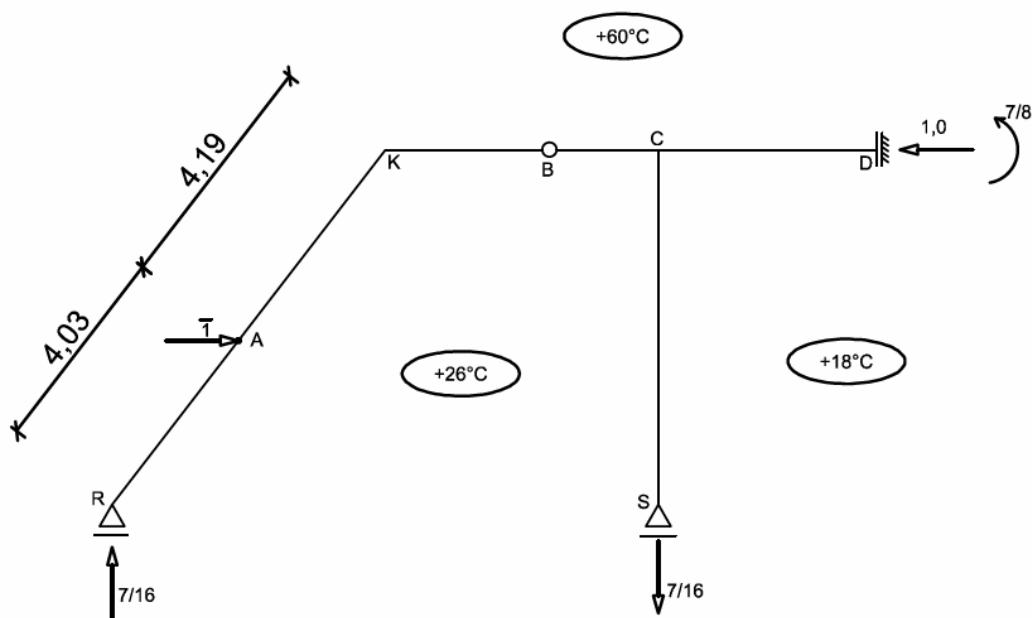
- Wzór:

- Obliczenia:

$$V_A^T \cdot \bar{1} = \alpha_t \cdot \frac{34}{0} \cdot 36 \left[-\frac{1}{2} \cdot 4,03 \cdot 1,786 - \frac{(1,786 + \frac{105}{104}) \cdot 4,19}{2} - 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{105}{104} + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{35}{52} \right] + \dots$$

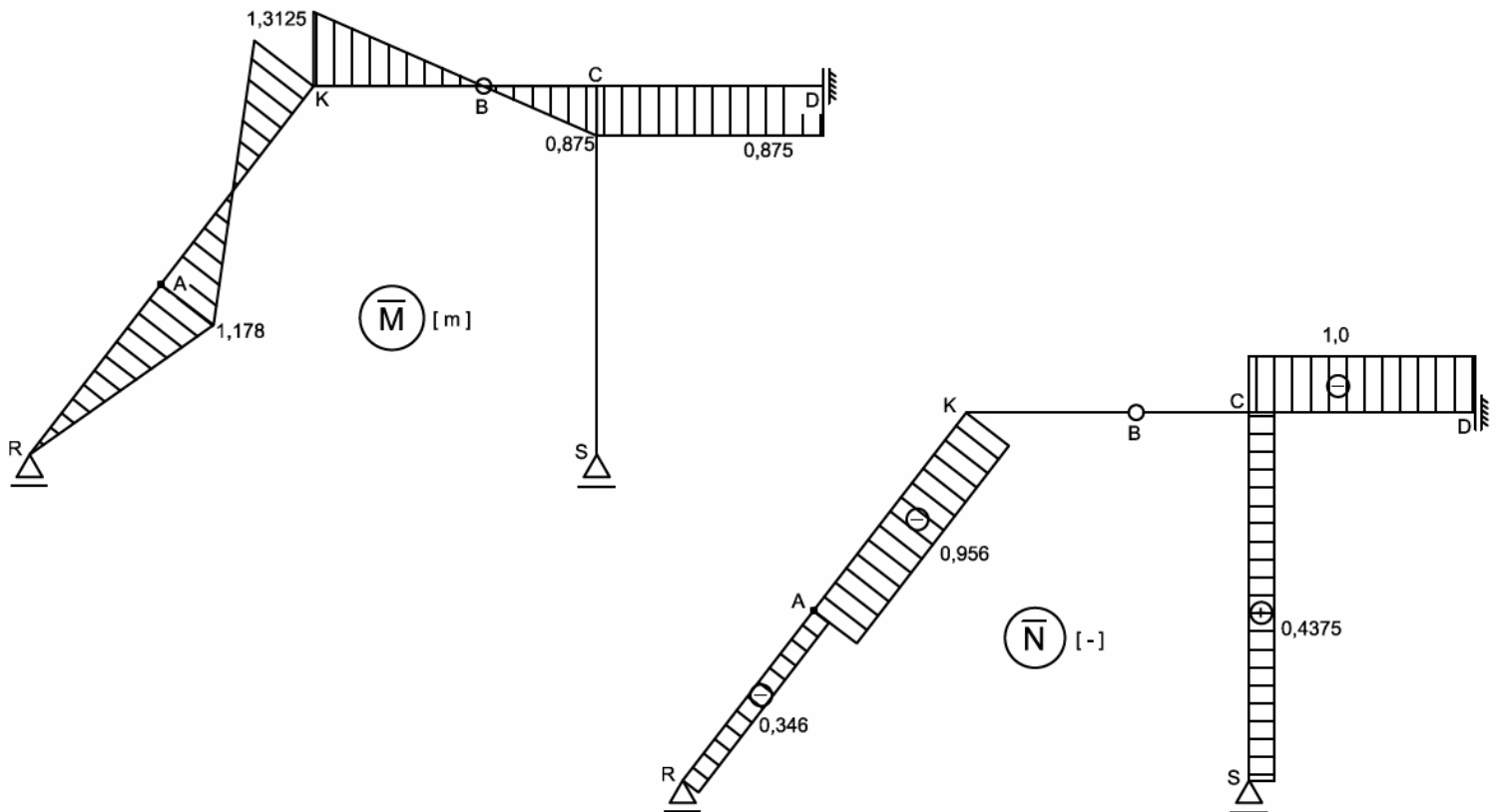
$$V_A^T = \alpha_t \cdot [-972,49 + 314,10 - 7,98 + 28,44] = 0,007655 \text{ [m]}$$

- Obciążenie wirtualne - przemieszczenie poziome:



- Wykres momentów zginających i sił normalnych od obciążenia wirtualnego:

Obliczanie przemieszczeń z zastosowaniem równania pracy wirtualnej



- Wzór:

- Obliczenia:

$$H_A^T \cdot \bar{1} = \alpha_t \cdot \frac{34}{0} \cdot 36 \left[-\frac{1}{2} \cdot 4,03 \cdot 1,178 - \frac{1}{2} \cdot 4,19 \cdot 1,178 + \frac{1}{2} \cdot 4,19 \cdot 1,3125 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1,3125 \right]$$

$$H_A^T = \alpha_t \cdot [-94,27 - 408,33 - 43,20 - 16,0 - 36,97] = 0,007185 \text{ [m]}$$

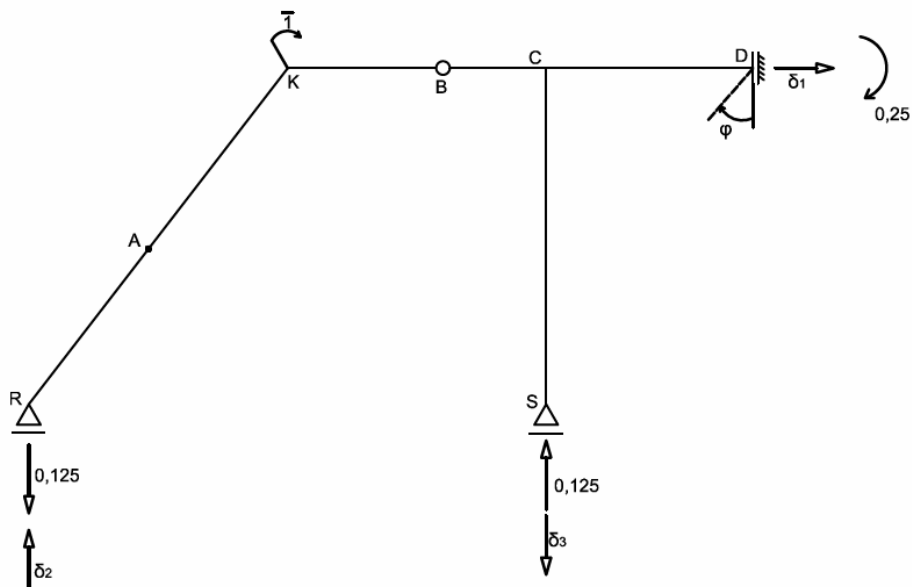
- Przemieszczenie wypadkowe:

$$W_A = \mathbf{M}_I + \mathbf{H}$$

$$W_A = \sqrt{0,007655^2 + 0,007185^2} = 0,01050 \text{ [m]}$$

2.4 Obrót przekroju K wywołany osiadaniami podpór:

- Obciążenie wirtualne:



- Wzór:

$$\varphi_K \cdot \bar{\mathbf{I}} = - \sum \bar{\mathbf{R}}_i \cdot \Delta_i$$

- Obliczenia:

$$\varphi_K \cdot \bar{1} = - (-0,125 \cdot 0,023 - 0,125 \cdot 0,04 + 0,25 \cdot 0,013)$$

$$\varphi_K = \frac{37}{8000} = 0,004625 \text{ [rad]}$$