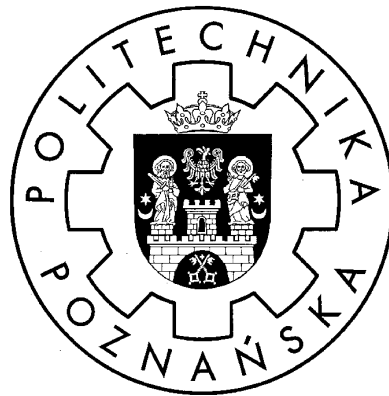


POLITECHNIKA POZNAŃSKA

INSTYTUT KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH

ZAKŁAD MECHANIKI BUDOWLI



ĆWICZENIE NR 1

WYZNACZANIE LINII WPŁYWU W UKŁADACH STATYCZNIE WYZNACZALNYCH

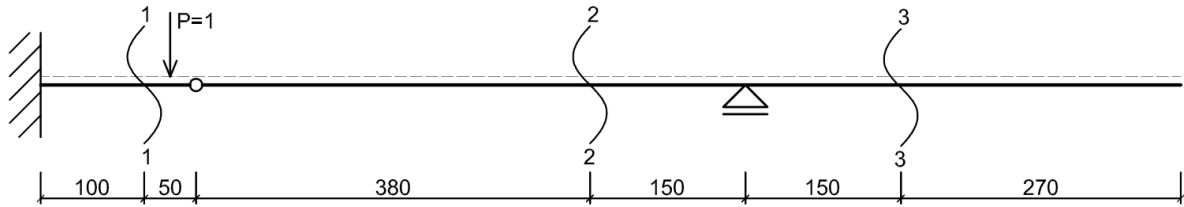
Piotr Stiller

Z3

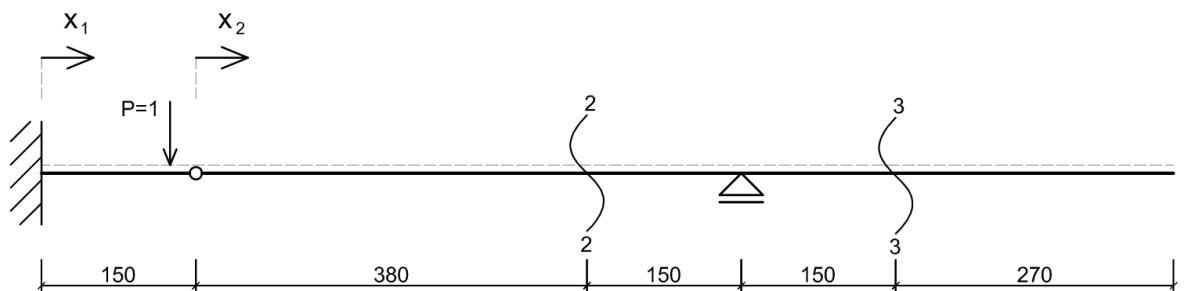
sem. IV

1. Linia wpływu sił w belce statycznie wyznaczalnej

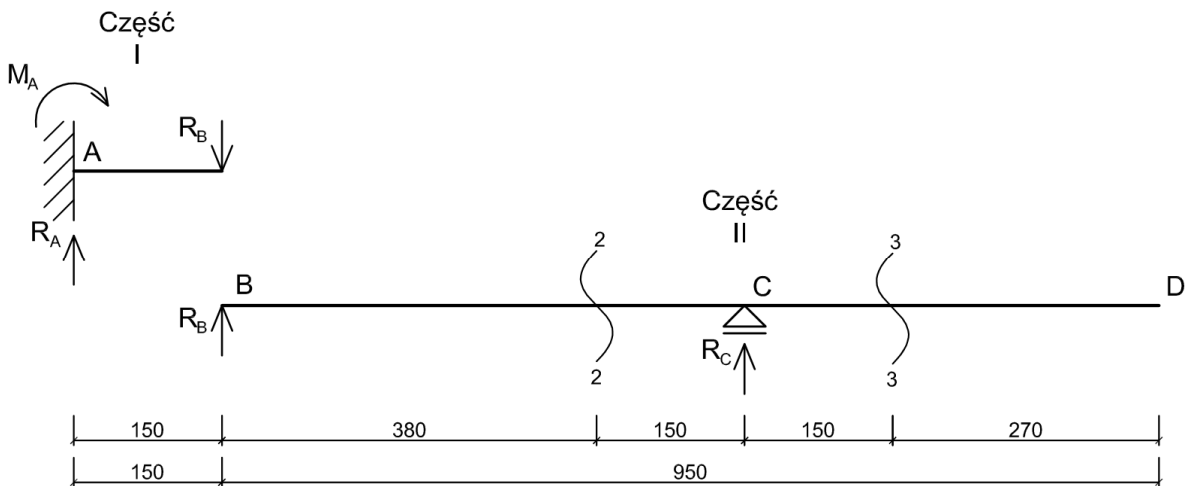
Dla belki o podanych wymiarach wyznaczyć linie wpływu wszystkich reakcji podporowych oraz linie wpływu sił wewnętrznych w przekrojach: 2,3.



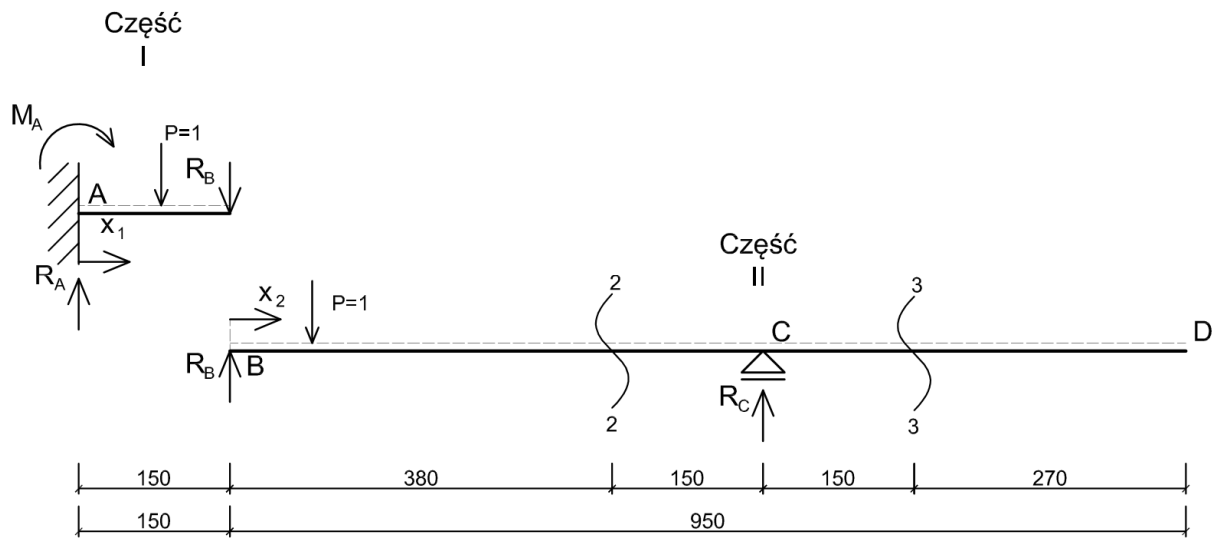
Schemat obliczeniowy:



Dla belki wyznaczyć linie wpływowe zaznaczonych wielkości statycznych.



- Linia wpływowa reakcji podporowych



- Linia wpływu reakcji R_C

Obliczenia dla prawej części belki

- Siła P znajduje się w przedziale $\langle B, D \rangle$, to znaczy się $x=x_2 \in \langle 0; 9 \rangle$

$$\sum M_B^p = P \times x_2 - R_c \times 5,3 = 0$$

$$R_c \times 5,3 = P \times x_2$$

$$R_c = \frac{P \times x_2}{5,3}$$

$$l. w. R_c = \frac{x_2}{5,3}$$

$$x_2 = 0 \text{ m}$$

$$R_{c(0)} = \frac{0}{5,3} = 0$$

$$x_2 = 5,3 \text{ m}$$

$$R_{c(5,3)} = \frac{5,3}{5,3} = 1$$

$$x_2 = 9,5 \text{ m}$$

$$R_{c(9,5)} = \frac{9,5}{5,3} = 1,8$$

- Siła P znajduje się w przedziale $\langle A, B \rangle$, to znaczy się $x=x_1 \in \langle 0; 1,5 \rangle$

$$\sum M_B^p = -R_c \times 5,3 = 0$$

$$R_c \times 5,3 = 0$$

$$R_c = 0$$

$$l. w. R_c = 0$$

$$x_1 = 0 \text{ m}$$

$$R_{c(0)} = 0$$

$$x_1 = 1,5 \text{ m}$$

$$R_{C(1,5)} = 0$$

- Linia wpływu reakcji R_B

Obliczenia dla prawej części belki

- Siła P znajduje się w przedziale $\langle B, D \rangle$, to znaczy się $x=x_2 \in \langle 0; 9 \rangle$

$$\begin{aligned}\sum M_C^p &= R_B \times 5,3 - P \times (5,3 - x_2) = 0 \\ R_B \times 5,3 - P \times (5,3 - x_2) &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R_B &= \frac{P \times (5,3 - x_2)}{5,3} = P \times \left(1 - \frac{x_2}{5,3}\right) \\ l. w. R_B &= 1 - \frac{x_2}{5,3}\end{aligned}$$

$$x_2 = 0 \text{ m}$$

$$R_{B(0)} = 1 - \frac{0}{5,3} = 1$$

$$x_2 = 5,3 \text{ m}$$

$$R_{B(5,3)} = 1 - \frac{5,3}{5,3} = 0$$

$$x_2 = 9,5 \text{ m}$$

$$R_{B(9,5)} = 1 - \frac{9,5}{5,3} = -0,8$$

- Siła P znajduje się w przedziale $\langle A, B \rangle$, to znaczy się $x=x_1 \in \langle 0; 1,5 \rangle$

$$\begin{aligned}\sum M_C^p &= R_B \times 5,3 = 0 \\ R_B &= 0\end{aligned}$$

$$l. w. R_B = 0$$

$$x_1 = 0 \text{ m}$$

$$R_{B(0)} = 0$$

$$x_1 = 1,5 \text{ m}$$

$$R_{B(1,5)} = 0$$

- Linia wpływu reakcji R_A

Obliczenia dla całej belki

$$\begin{aligned}\sum Y &= R_A - P + R_C = 0 \\ R_A &= P - R_C\end{aligned}$$

- dla $x=x_1 \in \langle 0; 1,5 \rangle$

$$\begin{aligned}l. w. R_C &= 0 \\ R_A &= P - 0 = 1\end{aligned}$$

$$x_1 = 0 \text{ m}$$

$$l. w. R_A = 1$$

$$x_1 = 1,5 \text{ m}$$

$$R_{A(0)} = 1$$

- dla $x=x_2 \in \langle 0; 9,5 \rangle$

$$l. w. R_c = \frac{x_2}{5,3}$$

$$R_A = P - \frac{x_2}{5,3} = 1 - \frac{x_2}{5,3}$$

$$l. w. R_A = 1 - \frac{x_2}{5,3}$$

$$x_2 = 0 \text{ m}$$

$$R_{A(0)} = 1 - \frac{0}{5,3} = 1$$

$$x_2 = 5,3 \text{ m}$$

$$R_{A(5,3)} = 1 - \frac{5,3}{5,3} = 0$$

$$x_2 = 9,5 \text{ m}$$

$$R_{A(9,5)} = 1 - \frac{9,5}{5,3} = -0,8$$

- Linia wpływu momentu podporowego M_A

Obliczenia dla całej belki

$$\sum M_A = M_A + P \times x - R_c \times 6,8 = 0$$

$$M_A = R_c \times 6,8 - P \times x$$

- dla $x=x_1 \in \langle 0; 1,5 \rangle$

$$l. w. R_c = 0$$

$$M_A = -P \times x_1 = -x_1$$

$$l. w. M_A = -x_1$$

$$x_1 = 0 \text{ m}$$

$$M_{A(0)} = 0$$

$$x_1 = 1,5 \text{ m}$$

$$M_{A(1,5)} = -1,5$$

- dla $x=x_2 \in \langle 0; 9,5 \rangle$

$$l. w. R_c = \frac{x_2}{5,3}$$

$$M_A = R_c \times 6,8 - P \times (1,5 + x_2) = \frac{x_2}{5,3} \times 6,8 - (1,5 + x_2) = \frac{6,8}{5,3} x_2 - 1,5 - x_2$$

$$= \frac{1,5}{5,3} x_2 - 1,5$$

$$l.w. M_A = \frac{1,5}{5,3} x_2 - 1,5$$

$$x_2 = 0 \text{ m}$$

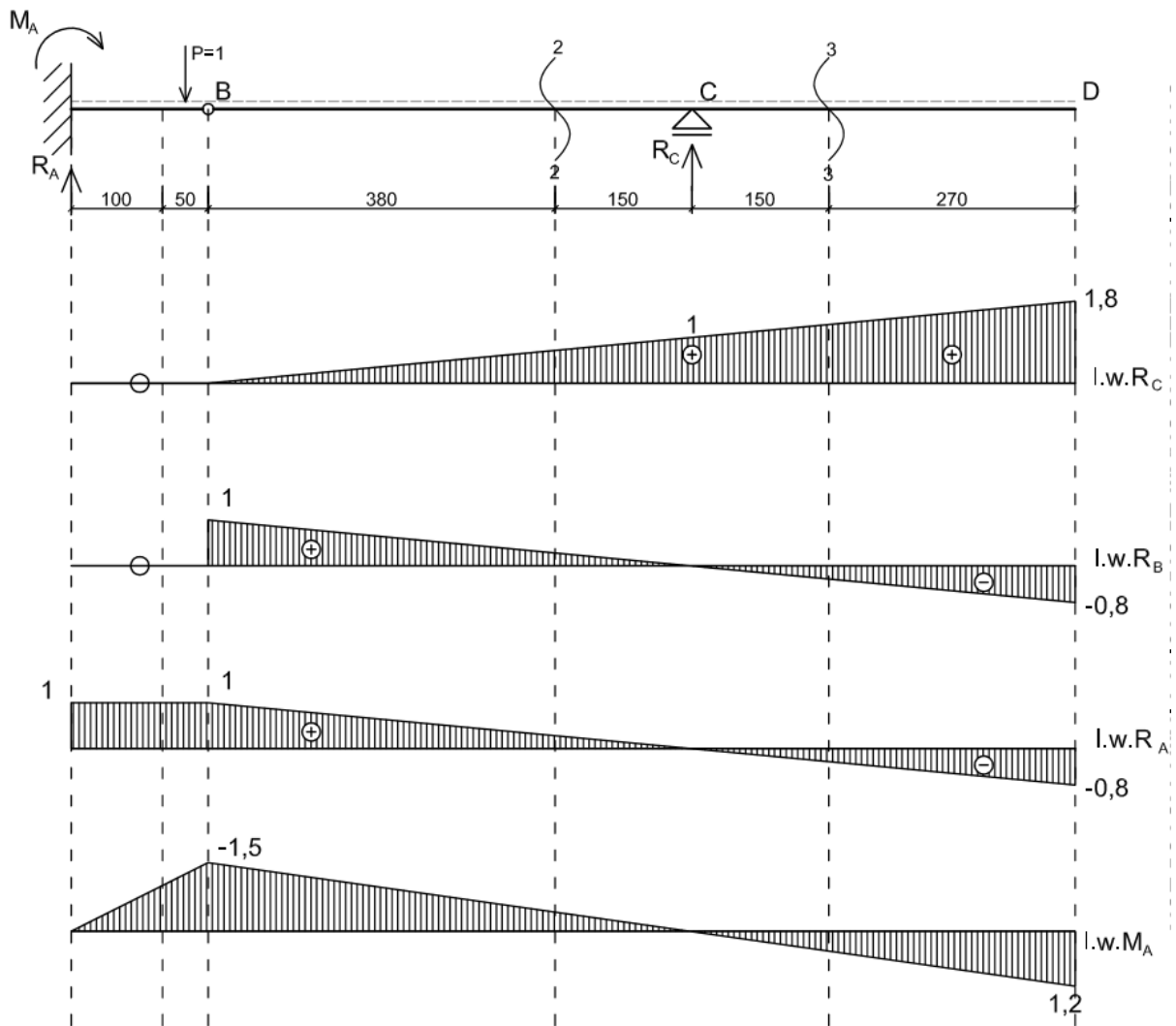
$$M_{A(0)} = \frac{1,5}{5,3} \times 0 - 1,5 = -1,5$$

$$x_2 = 5,3 \text{ m}$$

$$M_{A(5,3)} = \frac{1,5}{5,3} \times 5,3 - 1,5 = 0$$

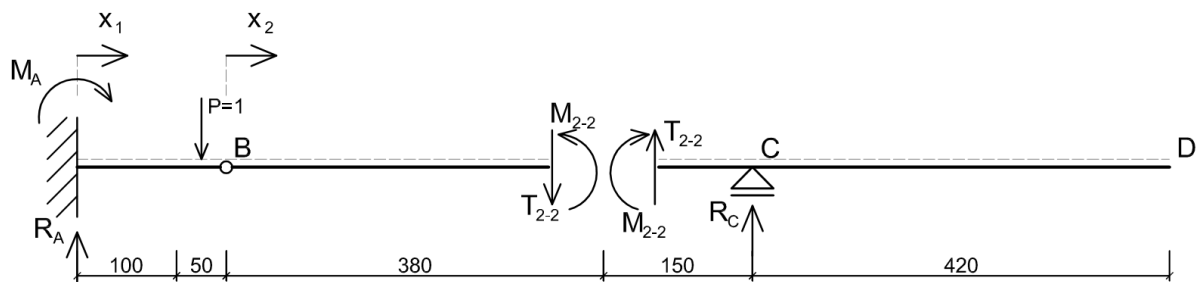
$$x_2 = 9,5 \text{ m}$$

$$M_{A(9,5)} = \frac{1,5}{5,3} \times 9,5 - 1,5 = 1,2$$



- Linia wpływowa sił wewnętrznych w przekroju 2-2

Siły przekrojowe wyznaczamy z równań równowagi zapisanych dla wyciętych elementów układu



- Siła P znajduje się w przedziale (A, 2 - 2), to obliczenia przeprowadzamy dla prawej części belki

Siła tnąca T_{2-2}

$$\sum Y_{2-2} = T_{2-2} + R_C = 0$$

$$T_{2-2} = -R_C$$

- dla $x=x_1 \in \langle 0; 1,5 \rangle$

$$l. w. R_C = 0$$

$$l. w. T_{2-2} = 0$$

$$x_1 = 0 \text{ m}$$

$$T_{2-2(0)} = 0$$

$$x_1 = 1,5 \text{ m}$$

$$T_{2-2(1,5)} = 0$$

- dla $x=x_2 \in \langle 0; 3,8 \rangle$

$$l. w. R_C = \frac{x_2}{5,3}$$

$$l. w. T_{2-2} = -\frac{x_2}{5,3}$$

$$x_2 = 0 \text{ m}$$

$$T_{2-2(0)} = -\frac{0}{5,3} = 0$$

$$x_2 = 3,8 \text{ m}$$

$$T_{2-2(3,8)} = -\frac{3,8}{5,3} = -0,72$$

Moment zginający M_{2-2}

$$\sum M_{2-2}^p = M_{2-2} - R_C \times 1,5 = 0$$

$$M_{2-2} = R_c \times 1,5$$

- dla $x=x_1 \in \langle 0; 1,5 \rangle$

$$l. w. R_c = 0$$

$$l. w. M_{2-2} = 0$$

$$x_1 = 0 \text{ m}$$

$$M_{2-2(0)} = 0$$

$$x_1 = 1,5 \text{ m}$$

$$M_{2-2(1,5)} = 0$$

- dla $x=x_2 \in \langle 0; 3,8 \rangle$

$$l. w. R_c = \frac{x_2}{5,3}$$

$$l. w. M_{2-2} = \frac{x_2}{5,3} \times 1,5$$

$$x_2 = 0 \text{ m}$$

$$M_{2-2(0)} = \frac{0}{5,3} \times 1,5 = 0$$

$$x_2 = 3,8 \text{ m}$$

$$M_{2-2(3,8)} = \frac{3,8}{5,3} \times 1,5 = 1,08$$

- Siła P znajduje się w przedziale $\langle 2 - 2, D \rangle$, to obliczenia przeprowadzamy dla lewej części belki

Siła tnąca T_{2-2}

$$\sum Y_{2-2} = R_A - T_{2-2} = 0$$
$$T_{2-2} = R_A$$

- dla $x=x_2 \in \langle 3,8; 9,5 \rangle$

$$l. w. R_A = 1 - \frac{x_2}{5,3}$$

$$l. w. T_{2-2} = 1 - \frac{x_2}{5,3}$$

$$x_2 = 3,8 \text{ m}$$

$$T_{2-2(3,8)} = 1 - \frac{3,8}{5,3} = 0,28$$

$$x_2 = 5,3 \text{ m}$$

$$T_{2-2(5,3)} = 1 - \frac{5,3}{5,3} = 0$$

$$x_2 = 9,5 \text{ m}$$

$$T_{2-2(9,5)} = 1 - \frac{9,5}{5,3} = -0,8$$

Moment zginający M_{2-2}

$$\sum M_{2-2}^l = M_A - M_{2-2} + R_A \times 5,3 = 0$$

$$M_{2-2} = M_A + R_A \times 5,3$$

$$l. w. M_A = \frac{1,5}{5,3} x_2 - 1,5$$

$$l. w. R_A = 1 - \frac{x_2}{5,3}$$

$$M_{2-2} = \frac{1,5}{5,3} x_2 - 1,5 + \left(1 - \frac{x_2}{5,3}\right) \times 5,3 = \frac{1,5}{5,3} x_2 - 1,5 + 5,3 - x_2 = -\frac{3,8}{5,3} x_2 + 3,8$$

$$x_2 = 3,8 \text{ m}$$

$$M_{2-2(3,8)} = -\frac{3,8}{5,3} \times 3,8 + 3,8 = 1,08$$

$$x_2 = 5,3 \text{ m}$$

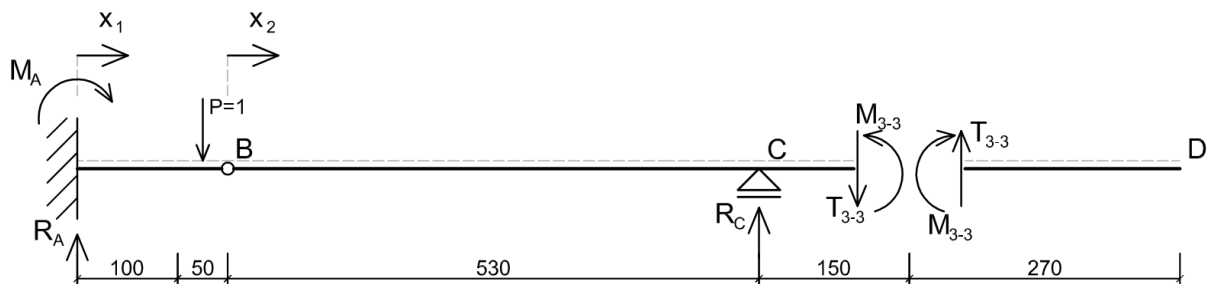
$$M_{2-2(5,3)} = -\frac{3,8}{5,3} \times 5,3 + 3,8 = 0$$

$$x_2 = 9,5 \text{ m}$$

$$M_{2-2(9,5)} = -\frac{3,8}{5,3} \times 9,5 + 3,8 = -2,83$$

- Linia wpływowa sił wewnętrznych w przekroju 3-3

Siły przekrojowe wyznaczamy z równań równowagi zapisanych dla wyciętych elementów układu



- Siła P znajduje się w przedziale $(A, 3-3)$, to obliczenia przeprowadzamy dla prawej części belki

Siła tnąca T_{3-3}

$$\sum Y_{3-3} = T_{3-3} + 0 = 0$$

$$T_{3-3} = 0$$

$$l. w. T_{3-3} = 0$$

Moment zginający M_{3-3}

$$\sum M_{3-3}^p = M_{3-3} + 0 = 0$$

$$M_{3-3} = 0$$

$$l. w. M_{3-3} = 0$$

- Siła P znajduje się w przedziale $\langle 3 - 3, D \rangle$, to obliczenia przeprowadzamy dla prawej części belki

Siła tnąca T_{3-3}

$$\sum Y_{3-3} = T_{3-3} - P = 0$$

$$T_{3-3} = P = 1$$

$$l. w. T_{3-3} = 1$$

$$x_2 = 6,8 \text{ m}$$

$$T_{3-3(6,8)} = 1$$

$$x_2 = 9,5 \text{ m}$$

$$T_{3-3(9,5)} = 1$$

Moment zginający M_{3-3}

$$\sum M_{3-3}^p = M_{3-3} + P \times (x_2 - 6,8) = 0$$

$$M_{3-3} = -P \times (x_2 - 6,8) = 6,8 - x_2$$

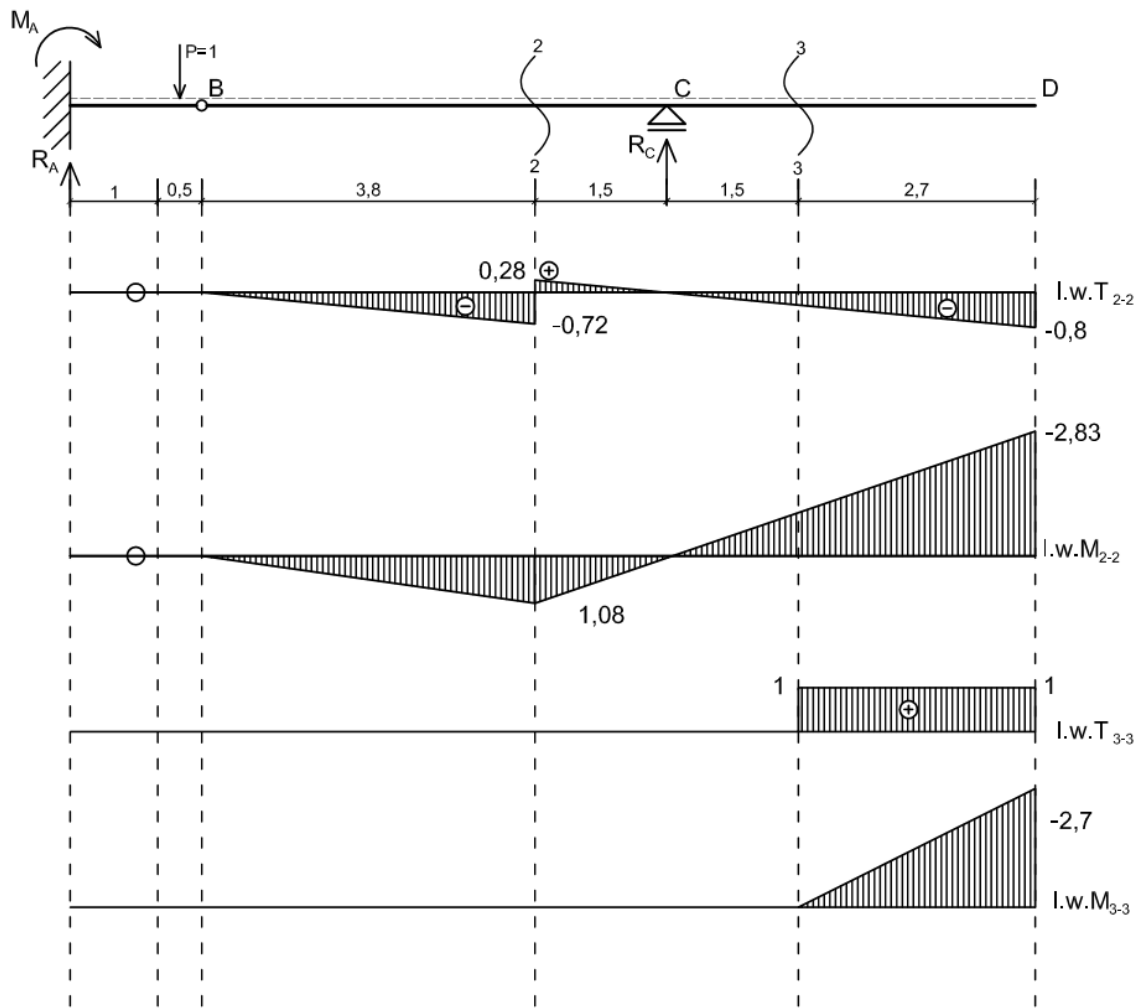
$$l. w. M_{3-3} = 6,8 - x_2$$

$$x_2 = 6,8 \text{ m}$$

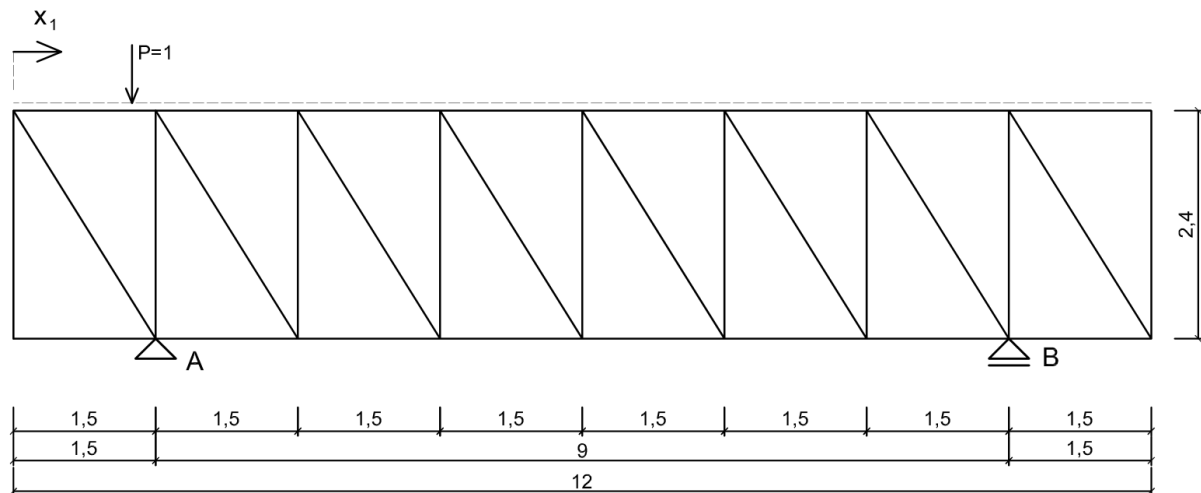
$$M_{3-3(6,8)} = 6,8 - 6,8 = 0$$

$$x_2 = 9,5 \text{ m}$$

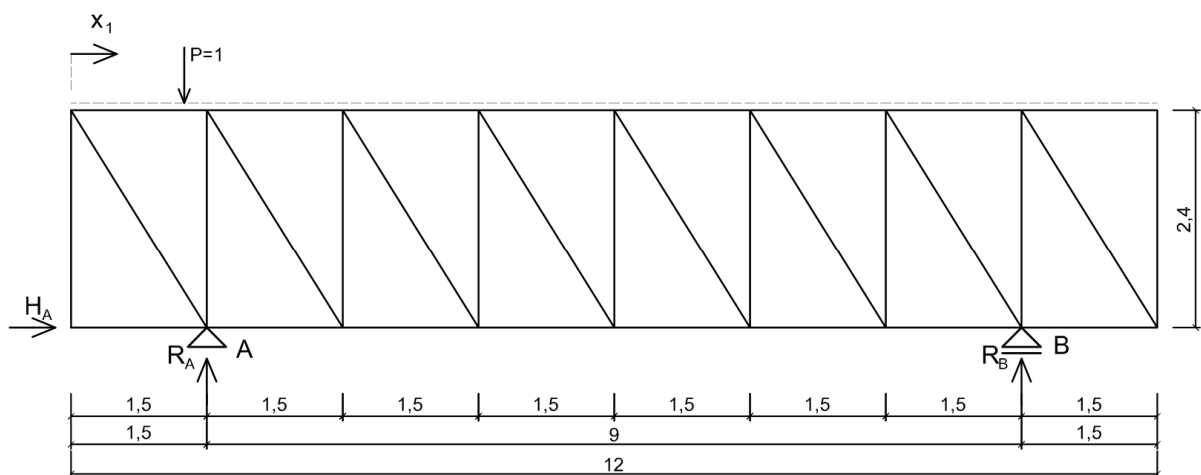
$$M_{3-3(9,5)} = 6,8 - 9,5 = -2,7$$



2. Linia wpływu sił w kratownicy statycznie wyznaczalnej



Schemat obliczeniowy:



- Linia wpływowa reakcji podporowych

$$\sum X = H_A = 0$$

$$l. w. H_A = 0$$

$$\sum Y = R_A - P + R_B = 0$$

$$R_A = P - R_B$$

$$\sum M_A = -P \times (1,5 - x_1) - R_B \times 9 = 0$$

$$R_B \times 9 = -P \times (1,5 - x_1)$$

$$R_B = \frac{x_1 - 1,5}{9}$$

$$l. w. R_B = \frac{x_1 - 1,5}{9}$$

$$x_1 = 0 \text{ m}$$

$$R_{B(0)} = \frac{0 - 1,5}{9} = -\frac{1}{6}$$

$$x_1 = 1,5 \text{ m}$$

$$R_{B(1,5)} = \frac{1,5 - 1,5}{9} = 0$$

$$x_1 = 10,5 \text{ m}$$

$$R_{B(10,5)} = \frac{10,5 - 1,5}{9} = 1$$

$$x_1 = 12,0 \text{ m}$$

$$R_{B(12,0)} = \frac{12 - 1,5}{9} = 1\frac{1}{6}$$

$$R_A = P - R_B = 1 - \frac{x_1 - 1,5}{9} = \frac{10,5 - x_1}{9}$$

$$l. w. R_A = \frac{10,5 - x_1}{9}$$

$$x_1 = 0 \text{ m}$$

$$R_{A(0)} = \frac{10,5 - 0}{9} = 1\frac{1}{6}$$

$$x_1 = 1,5 \text{ m}$$

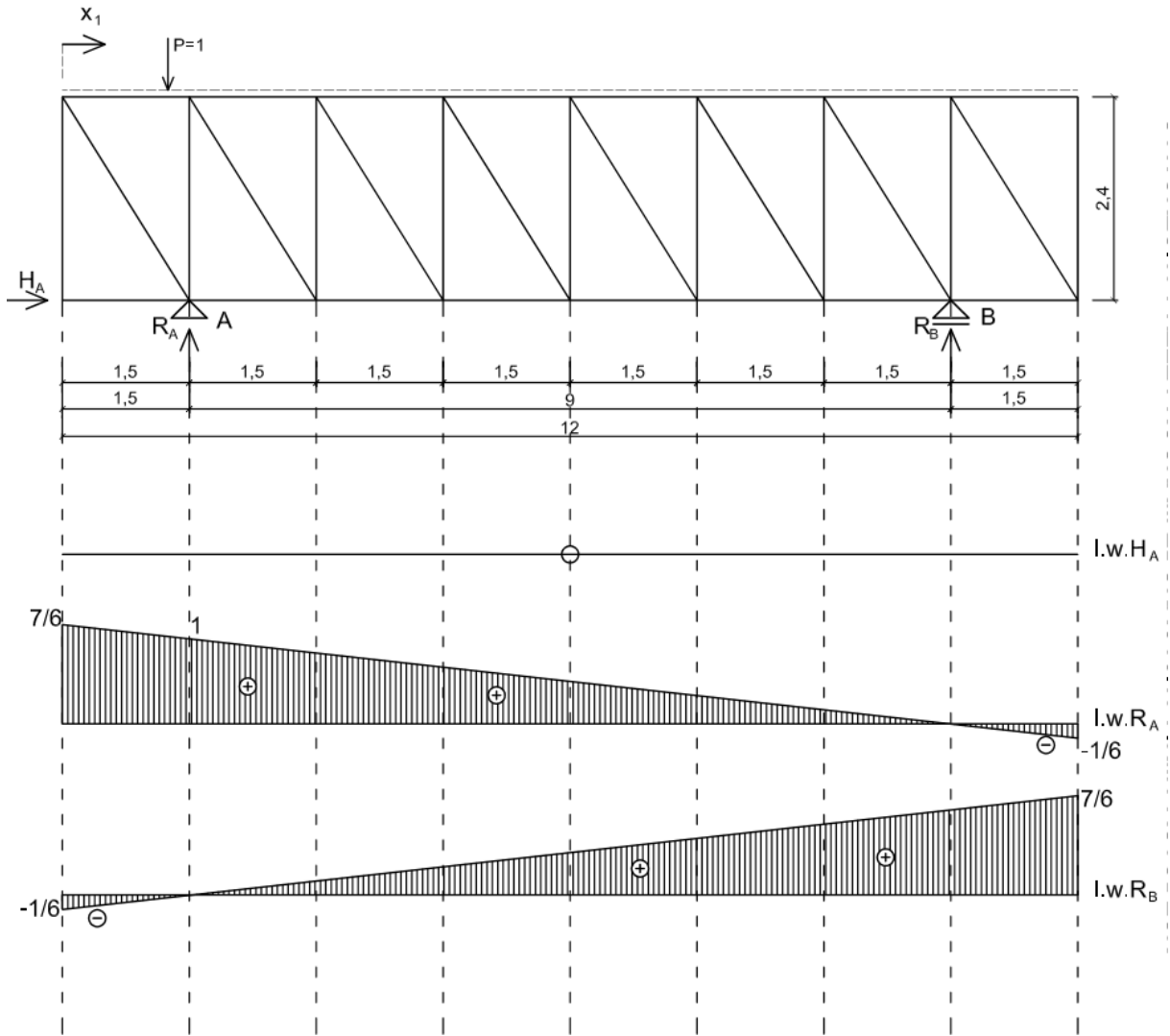
$$R_{A(1,5)} = \frac{10,5 - 1,5}{9} = 1$$

$$x_1 = 10,5 \text{ m}$$

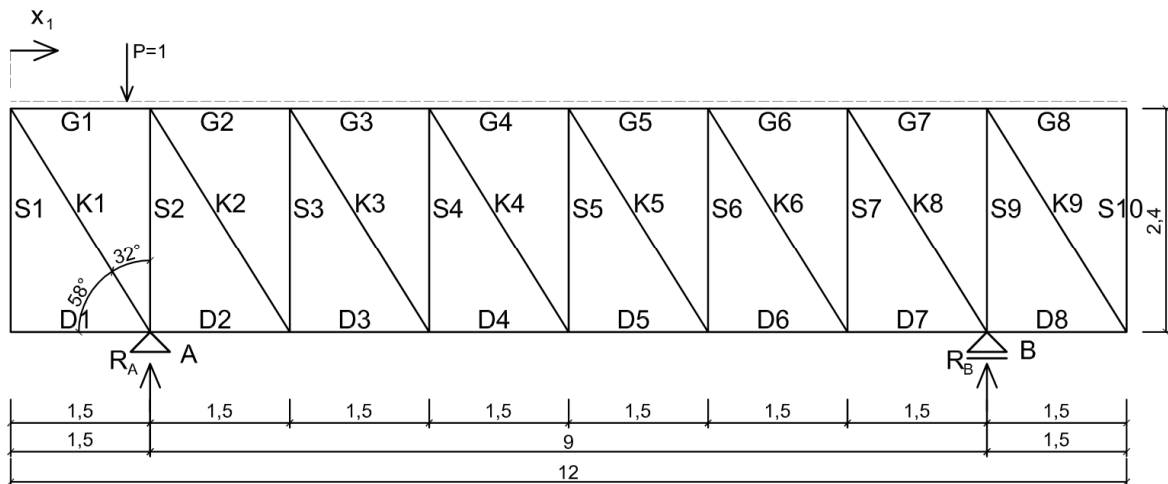
$$R_{A(10,5)} = \frac{10,5 - 10,5}{9} = 0$$

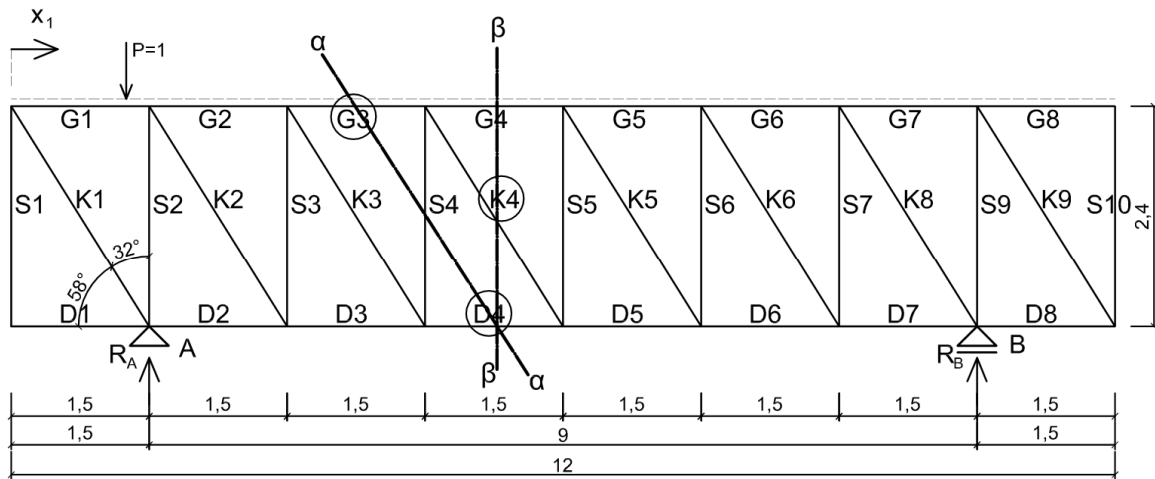
$$x_1 = 12,0 \text{ m}$$

$$R_{A(12,0)} = \frac{10,5 - 12}{9} = -1\frac{1}{6}$$

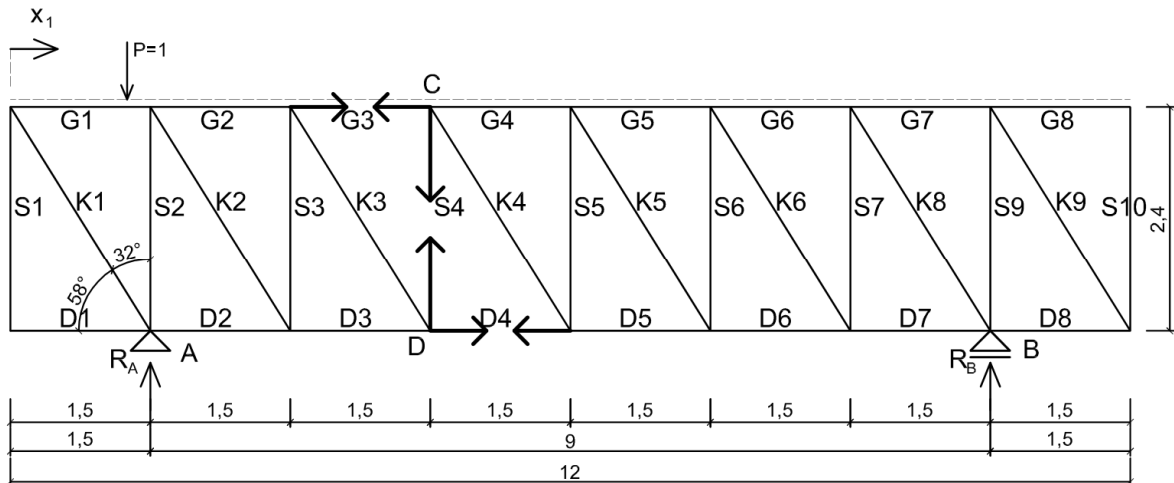


▪ Linia wpływowa zadanych prętów





- Przekrój $\alpha - \alpha$



$$\sum M_C^l = R_A \times 3 - P \times (4,5 - x_1) - D_4 \times 2,8 = 0$$

$$D_4 \times 2,8 = R_A \times 3 - P \times (4,5 - x_1)$$

$$l.w. R_A = \frac{10,5 - x_1}{9}$$

$$D_4 \times 2,8 = \frac{10,5 - x_1}{9} \times 3 - P \times (4,5 - x_1)$$

$$D_4 \times 2,8 = \frac{10,5 - x_1}{3} - 4,5 + x_1$$

$$D_4 \times 2,8 = \frac{2}{3} x_1 - 1$$

$$D_4 = 0,24 \times x_1 - 0,36$$

$$l.w. D_4 = 0,24 \times x_1 - 0,36$$

$$x_1 = 0 \text{ m}$$

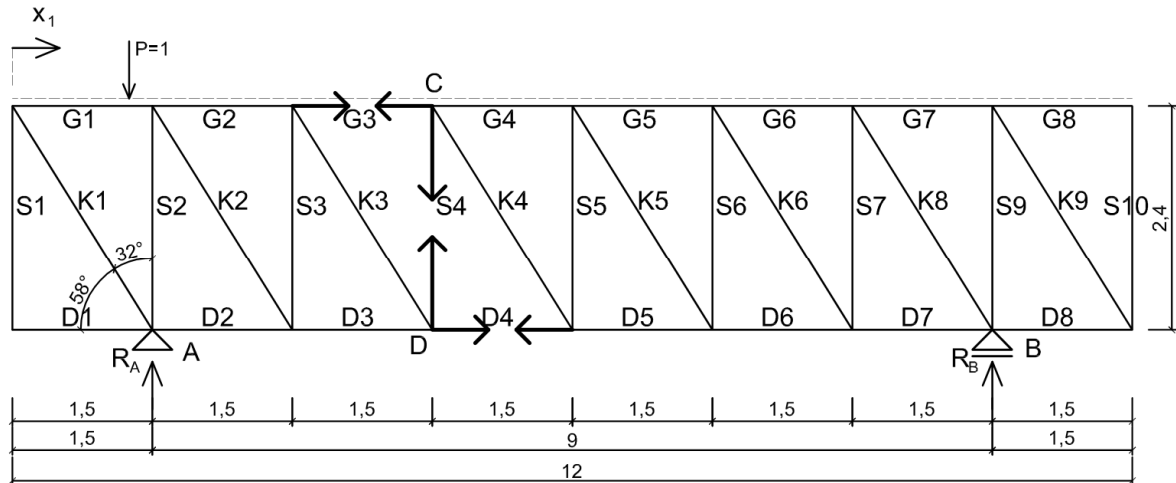
$$D_{4(0)} = 0,24 \times 0 - 0,36 = -0,36$$

$$x_1 = 1,5 \text{ m}$$

$$D_{4(1,5)} = 0,24 \times 1,5 - 0,36 = 0$$

$$x_1 = 4,5 \text{ m}$$

$$D_{4(4,5)} = 0,24 \times 4,5 - 0,36 = 0,72$$



$$\sum M_C^P = D_4 \times 2,8 - R_B \times 6 + P \times (x_1 - 4,5) = 0$$

$$D_4 \times 2,8 = R_B \times 6 - P \times (x_1 - 4,5)$$

$$l.w. R_B = \frac{x_1 - 1,5}{9}$$

$$D_4 \times 2,8 = \frac{x_1 - 1,5}{9} \times 6 - P \times (x_1 - 4,5)$$

$$D_4 \times 2,8 = \frac{2 \times x_1 - 3}{3} - x_1 + 4,5$$

$$D_4 \times 2,8 = -\frac{1}{3}x_1 + 3,5$$

$$D_4 = -0,12 \times x_1 + 1,25$$

$$l.w. D_4 = -0,12 \times x_1 + 1,25$$

$$x_1 = 4,5 \text{ m}$$

$$D_{4(4,5)} = -0,12 \times 4,5 + 1,25 = 0,72$$

$$x_1 = 10,5 \text{ m}$$

$$D_{4(10,5)} = -0,12 \times 10,5 + 1,25 = 0$$

$$x_1 = 12 \text{ m}$$

$$D_{4(12)} = -0,12 \times 12 + 1,25 = -0,18$$

$$\sum X^l = G_3 + D_4 = 0$$

$$G_3 = -D_4$$

$$l. w. D_4 = 0,24 \times x_1 - 0,36$$

$$l. w. G_3 = 0,36 + 0,24 \times x_1$$

$$x_1 = 0 \text{ m}$$

$$G_{3(0)} = 0,36 - 0,24 \times 0 = 0,36$$

$$x_1 = 1,5 \text{ m}$$

$$G_{3(1,5)} = 0,36 - 0,24 \times 1,5 = 0$$

$$x_1 = 4,5 \text{ m}$$

$$G_{3(4,5)} = 0,36 - 0,24 \times 4,5 = -0,72$$

$$\sum X^p = -G_3 - D_4 = 0$$

$$G_3 = -D_4$$

$$l. w. D_4 = -0,12 \times x_1 + 1,25$$

$$l. w. G_3 = 0,12 \times x_1 - 1,25$$

$$x_1 = 4,5 \text{ m}$$

$$G_{3(4,5)} = 0,12 \times 4,5 - 1,25 = -0,72$$

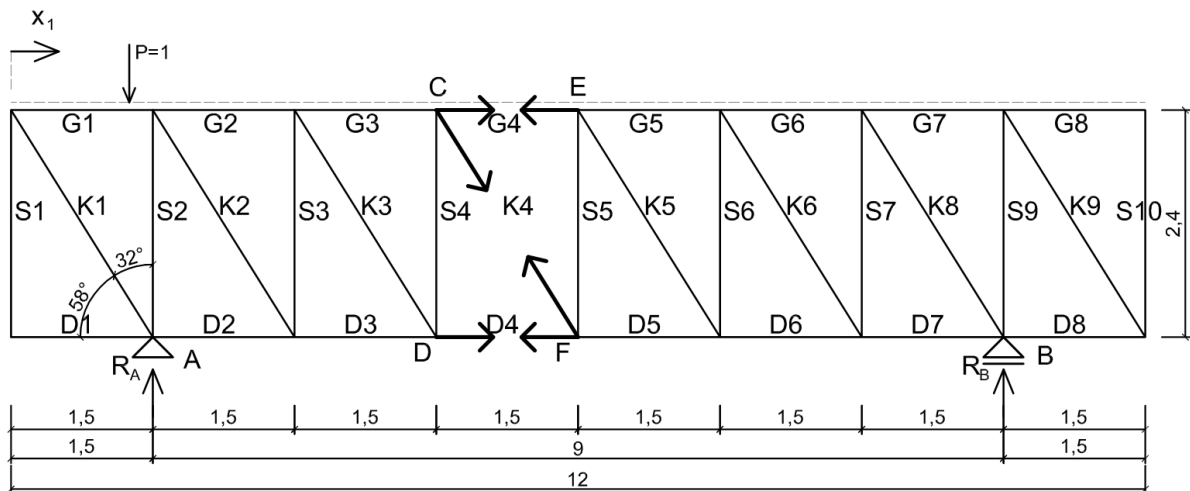
$$x_1 = 10,5 \text{ m}$$

$$G_{3(10,5)} = 0,12 \times 10,5 - 1,25 = 0$$

$$x_1 = 12 \text{ m}$$

$$G_{4(12)} = 0,12 \times 12 - 1,25 = 0,18$$

- Przekrój $\beta - \beta$



$$\sum Y_E^l = R_A - P - K_4 \times \sin 58 = 0$$

$$K_4 \times \sin 58 = R_A - P$$

$$l.w. R_A = \frac{10,5 - x_1}{9}$$

$$K_4 \times \sin 58 = \frac{10,5 - x_1}{9} - 1$$

$$K_4 \times \sin 58 = -\frac{x_1}{9} + \frac{1}{6}$$

$$K_4 = -0,13 \times x_1 + 0,2$$

$$l.w. K_4 = -0,13 \times x_1 + 0,2$$

$$x_1 = 0 \text{ m}$$

$$K_{4(0)} = -0,13 \times 0 + 0,2 = 0,2$$

$$x_1 = 1,5 \text{ m}$$

$$K_{4(1,5)} = -0,13 \times 1,5 + 0,2 = 0$$

$$x_1 = 6 \text{ m}$$

$$K_{4(6)} = -0,13 \times 6 + 0,2 = -0,6$$

$$\sum Y_E^p = R_B - P + K_4 \times \sin 58 = 0$$

$$K_4 \times \sin 58 = P - R_B$$

$$l.w. R_B = \frac{x_1 - 1,5}{9}$$

$$K_4 \times \sin 58 = 1 - \frac{x_1 - 1,5}{9}$$

$$K_4 \times \sin 58 = 1\frac{1}{6} - \frac{x_1}{9}$$

$$K_4 = 1,38 - 0,13 \times x_1$$

$$l.w. K_4 = 1,38 - 0,13 \times x_1$$

$$x_1 = 6 \text{ m}$$

$$K_{4(6)} = 1,38 - 0,13 \times 6 = 0,6$$

$$x_1 = 10,5 \text{ m}$$

$$K_{4(10,5)} = 1,38 - 0,13 \times 10,5 = 0$$

$$x_1 = 12 \text{ m}$$

$$K_{4(12)} = 1,38 - 0,13 \times 12 = -0,20$$

