

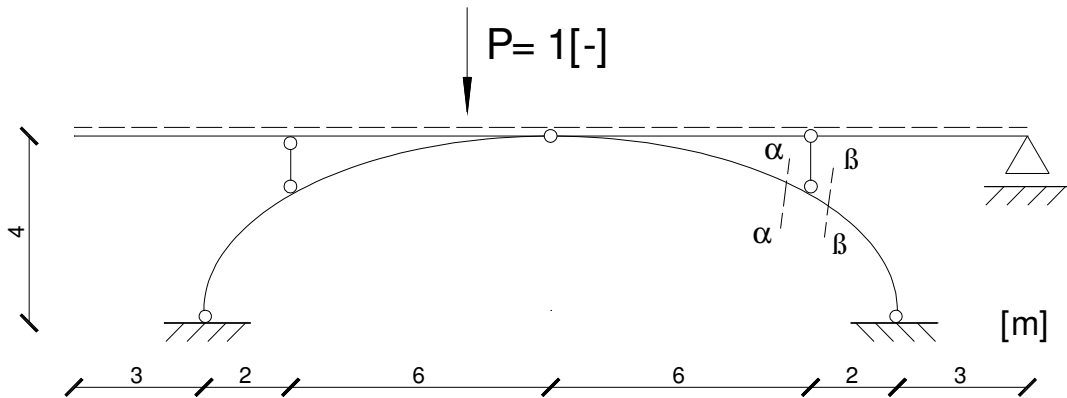
Politechnika Poznańska  
Instytut Konstrukcji Budowlanych  
Zakład Mechaniki Budowli

# Linie wpływowe sił w układach statycznie wyznaczalnych

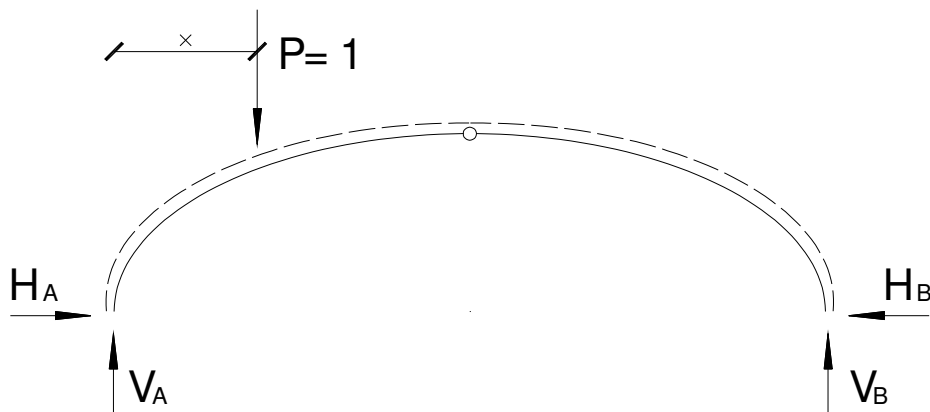
Wykonał: Jacek Durczak  
Konsultacje: mgr inż. Anita Kaczor

# 1. Linie wpływu - układ trójprzegubowy

Dla układu trójprzegubowego poniżej wyznaczyć linie wpływu zaznaczonych wielkości statycznych.



Poszukiwane linie wpływu dla obciążenia działającego w sposób pośredni wyznaczam najpierw dla obciążenia działającego bezpośrednio na łuk.



## 1.1. Wyznaczenie linii wpływu reakcji podporowych.

a) dla całego łuku:

$$\sum X=0:$$

$$H_A(x) - H_B(x) = 0$$

$$H_A(x) = H_B(x) = H(x)$$

$$\sum M_A=0:$$

$$16 \cdot V_B(x) - x = 0$$

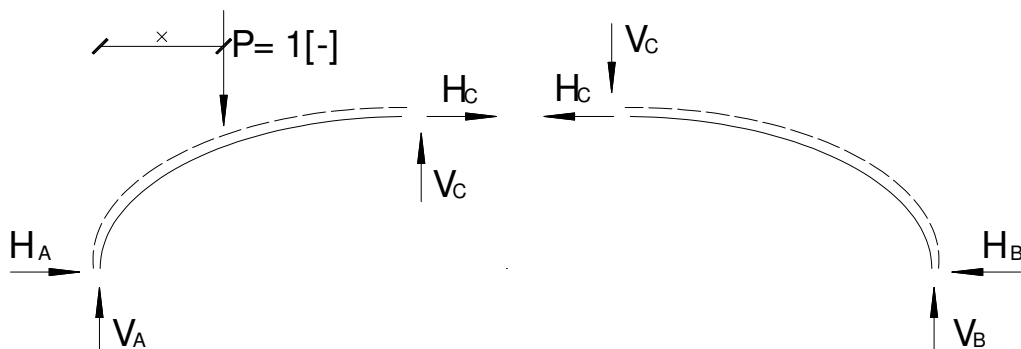
$$V_B(x) = \frac{x}{16}$$

$$\sum Y=0:$$

$$V_A(x) + \frac{x}{16} - 1 = 0$$

$$V_A(x) = 1 - \frac{x}{16}$$

b) dla łuku przeciętego w przegubie:



- $x \in \langle 0; 8 \rangle$

$$\sum M_c^P = 0$$

$$8 \cdot V_B(x) - 4 \cdot H_B(x) = 0$$

$$H_B(x) = 2 \cdot V_B(x)$$

$$H_B(x) = 2 \cdot \frac{x}{16}$$

$$H_B(x) = \frac{x}{8} = H(x)$$

- $x \in \langle 8; 16 \rangle$

$$\sum M_c^L = 0$$

$$4 \cdot H_A(x) - 8 \cdot V_A(x) = 0$$

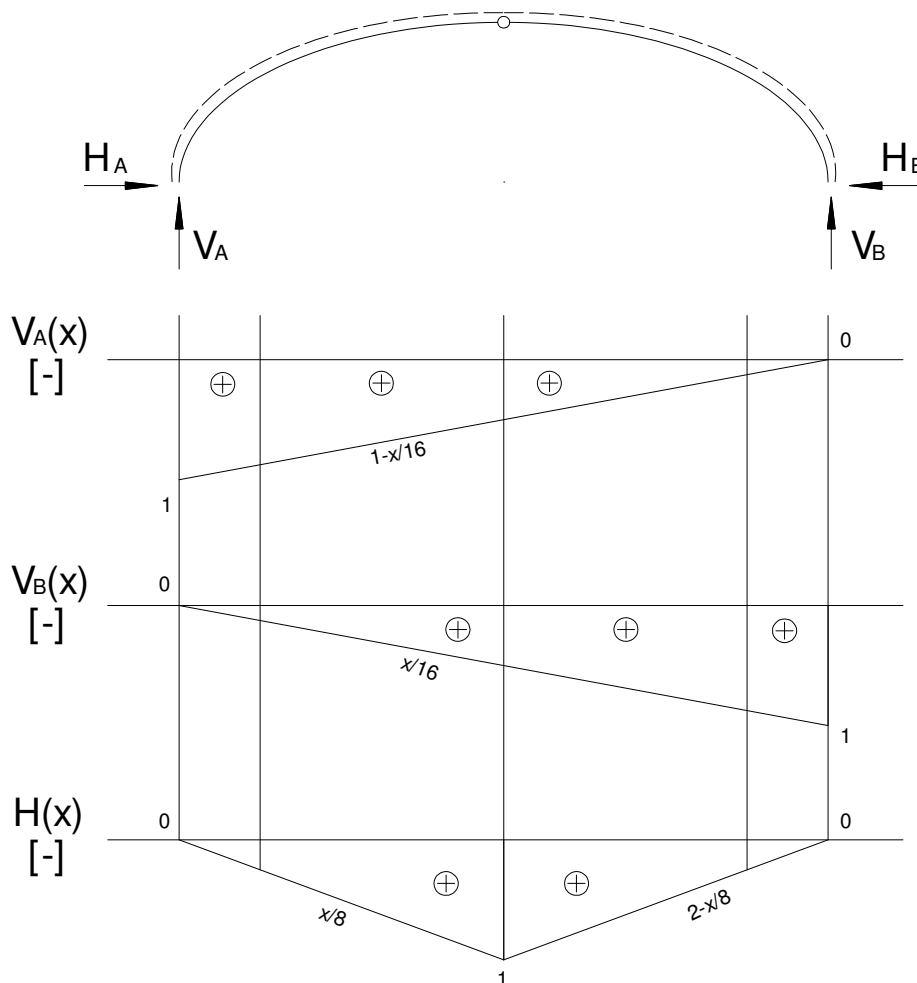
$$H_A(x) = 2 \cdot V_A(x)$$

$$H_A(x) = 2 \cdot \left(1 - \frac{x}{16}\right)$$

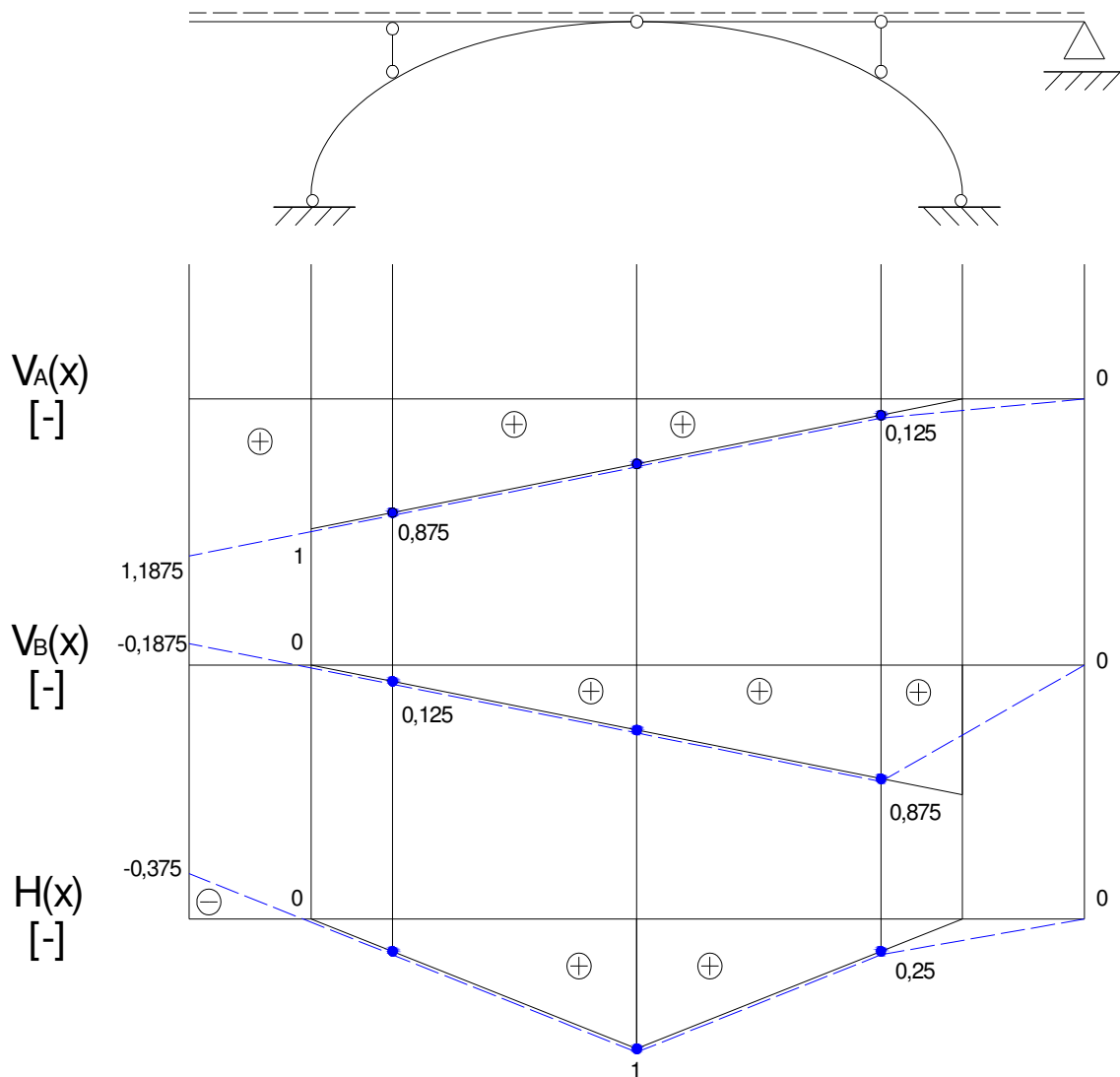
$$H_A(x) = 2 - \frac{x}{8} = H(x)$$

1.2. Wykresy linii wpływowych w układzie bez pomostu pośredniego:

	$x \in \langle 0; 8 \rangle$	$x \in \langle 8; 16 \rangle$
$V_A(x) [-]$	$1 - \frac{x}{16}$	$1 - \frac{x}{16}$
$V_B(x) [-]$	$\frac{x}{16}$	$\frac{x}{16}$
$H(x) [-]$	$\frac{x}{8}$	$2 - \frac{x}{8}$



### 1.3. Wykresy linii wpływowych układu jako całości (łuk + pomost):



### 1.4. Wyznaczenie kąta nachylenia stycznej

- równanie paraboli przechodzącej przez punkty A (0,0), B (16,0), C(8,4)

$$y = \frac{4f}{l^2}(l-x)x; \quad f=4,0\text{m} \quad l=16,0\text{m}$$

$$y = -\frac{1}{16}x^2 + x$$

- dla  $x=14,0$  wartość funkcji jest równa  $y=1,75$
- kąt nachylenia stycznej:

$$\text{tg}\alpha = \frac{dy}{dx} \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{8}x + 1$$

$$\frac{dy}{dx}(14) = -0,75$$

$$\text{tg}\alpha = 0,75$$

$$\alpha = 36,87^\circ$$

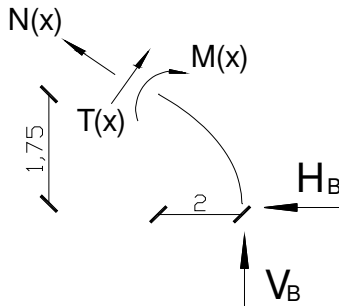
$$\sin \alpha = 0,6$$

$$\cos \alpha = 0,8$$

## 1.5. Wyznaczenie linii wpływu sił przekrojowych

W zadaniu przekroje  $\alpha - \alpha$  i  $\beta - \beta$  znajdują się nieskończenie blisko siebie. Dla łuku bez pomostu pośredniego możemy traktować je jako identyczne stąd wystarczające jest określenie funkcji dla jednego z nich.

- $x \in \langle 0; 14 \rangle$



$$N(x) + H_B \cos \alpha + V_B \sin \alpha = 0$$

$$N(x) = -H_B \cos \alpha - V_B \sin \alpha$$

$$T(x) + V_B \cos \alpha - H_B \sin \alpha = 0$$

$$T(x) = H_B \sin \alpha - V_B \cos \alpha$$

$$M(x) - 2V_B + 1,75H_B = 0$$

$$M(x) = 2V_B - 1,75H_B$$

- $x \in \langle 0; 8 \rangle$

$$N(x) = -\frac{x}{8} \cdot 0,8 - \frac{x}{16} \cdot 0,6$$

$$N(x) = -0,1375x$$

$$T(x) = \frac{x}{8} \cdot 0,6 - \frac{x}{16} \cdot 0,8$$

$$T(x) = 0,025x$$

$$M(x) = 2 \cdot \frac{x}{16} - 1,75 \cdot \frac{x}{8}$$

$$M(x) = -0,09375x$$

- $x \in \langle 8; 14 \rangle$

$$N(x) = -0,8 \cdot \left(2 - \frac{x}{8}\right) - 0,6 \cdot \frac{x}{16}$$

$$N(x) = 0,0625x - 1,6$$

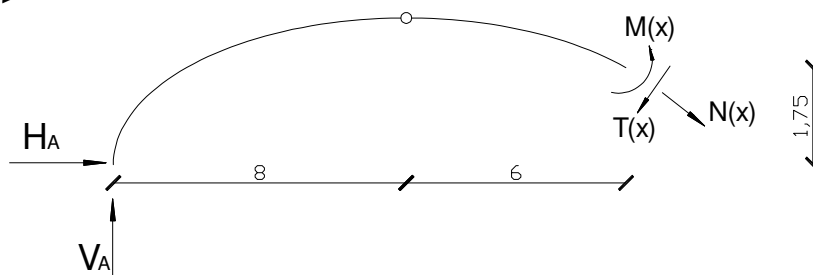
$$T(x) = 0,6 \cdot \left(2 - \frac{x}{8}\right) - 0,8 \cdot \frac{x}{16}$$

$$T(x) = 1,2 - 0,125x$$

$$M(x) = 2 \cdot \frac{x}{16} - 1,75 \cdot \left(2 - \frac{x}{8}\right)$$

$$M(x) = 0,34375x - 3,5$$

- $x \in \langle 14; 16 \rangle$



$$N(x) + H_A \cos \alpha - V_A \sin \alpha = 0$$

$$N(x) = -H_A \cos \alpha + V_A \sin \alpha$$

$$N(x) = \left(1 - \frac{x}{16}\right) \cdot 0,6 - 0,8 \cdot \left(2 - \frac{x}{8}\right)$$

$$N(x) = 0,0625x - 1$$

$$M(x) - 14 V_A + 1,75 H_A = 0$$

$$M(x) = 14 V_A - 1,75 H_A$$

$$M(x) = 14 \left(1 - \frac{x}{16}\right) - 1,75 \cdot \left(2 - \frac{x}{8}\right)$$

$$M(x) = 10,5 - 0,65625x$$

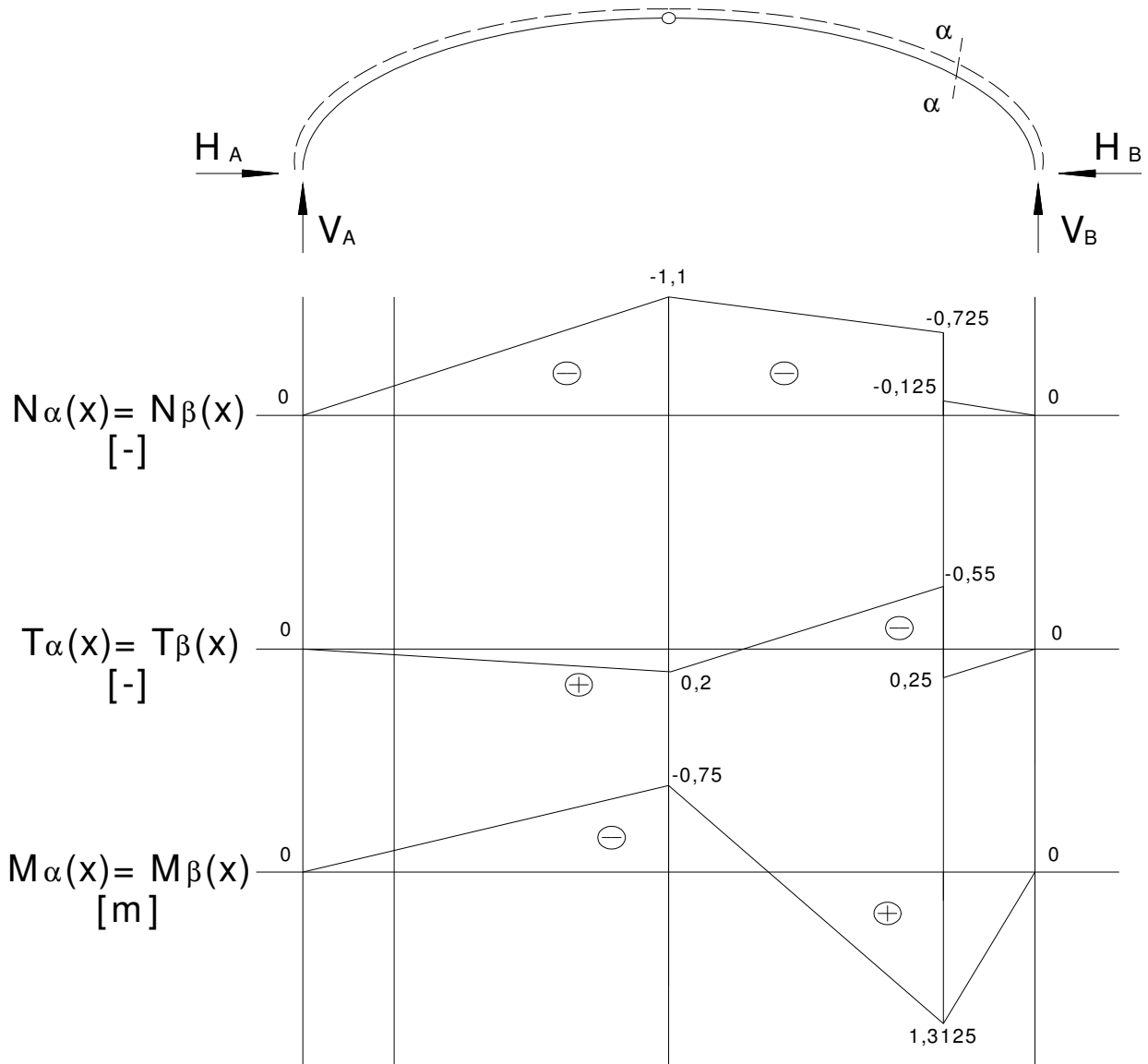
$$T(x) = V_A \cos \alpha + H_A \sin \alpha$$

$$T(x) = \left(1 - \frac{x}{16}\right) \cdot 0,8 + 0,6 \cdot \left(2 - \frac{x}{8}\right)$$

$$T(x) = 2 - 0,125x$$

**1.6. Linie wpływowe sił przekrojowych w układzie bez pomostu.**

	$x \in \langle 0; 8 \rangle$	$x \in \langle 8; 14 \rangle$	$x \in \langle 14; 16 \rangle$
<b>N(x)</b>	$-0,1375x$	$0,0625x - 1,6$	$0,0625x - 1$
<b>T(x)</b>	$0,025x$	$1,2 - 0,125x$	$2 - 0,125x$
<b>M(x)</b>	$-0,09375x$	$0,34375x - 3,5$	$10,5 - 0,65625x$



### 1.7. Linie wpływowe sił przekrojowych dla całego układu.

