

POLITECHNIKA POZNAŃSKA
INSTYTUT KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH
Zakład Mechaniki Budowli

ĆWICZENIE nr 1

LINIE WPŁYWOWE SIŁ W UKŁADACH STATYCZNIE WYZNACZALNYCH

Prowadzący: **mgr inż. A. Kaczor**

Wykonał: **Piotr Matysiak**

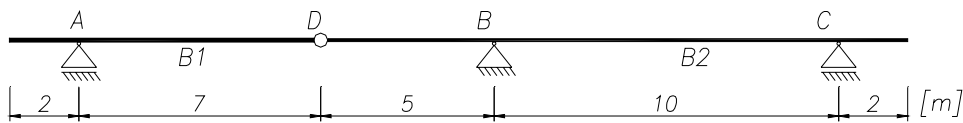
Grupa 1

Rok akad. 2002/2003

STUDIUM ZAOCZNE, II ROK

I. Linie wpływowe sił w belce statycznie wyznaczalnej.

1. Schemat konstrukcji.



2. Analiza kinematyczna.

2.1. Warunek konieczny:

$$W \geq 3 \cdot t \quad \text{gdzie: } W - \text{ilość więzów; } W = 6$$

$$t - \text{ilość tarcz; } t = 2$$

$$6 \geq 3 \cdot 2$$

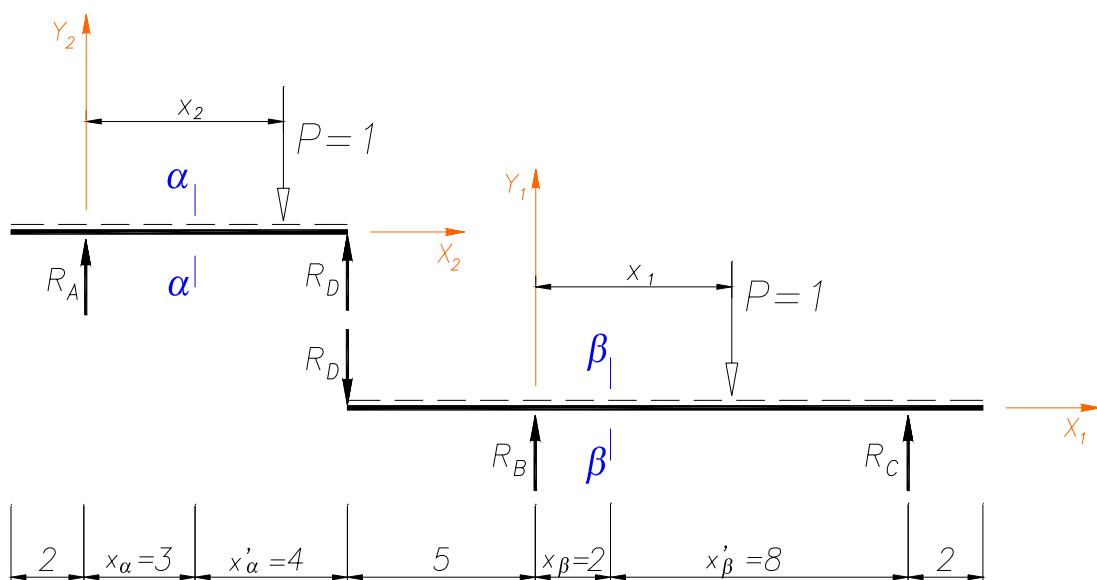
$$6 = 6 \Rightarrow \text{warunek jest spełniony.}$$

2.2. Warunek dostateczny:

Belka B2 jest połączona z podłożem (F) dwiema podporami, podporą przegubowo-przesuwną C i podporą przegubową B (połączenie sztywne). Do geometrycznie niezmiennego układu (F+B1) jest dołączona belka B2 za pomocą przegubu D i podpory przegubowo-przesuwnej A. Kierunek podpory przegubowo-przesuwnej nie przecina przegubu, stąd zadany układ jest układem geometrycznie niezmiennym.

3. Wyznaczenie linii wpływowych reakcji oraz sił przekrojowych w zaznaczonych przekrojach.

3.1. Schemat obliczeniowy:



3.2. Linia wpływowa reakcji R_A :

$L_{WR_A} (-2 \leq x_2 \leq 7)$:	$L_{WR_A} (7 \leq x_2 \leq 24)$:
$L_{WR_A} = 1 - \frac{x_2}{l_2} = 1 - \frac{x_2}{7}$ $L_{WR_A(-2)} = 1,286$ $L_{WR_A(0)} = 1,0$ $L_{WR_A(7)} = 0$	$L_{WR_A} = 0$

3.3. Linia wpływowa reakcji R_D :

$L_{WR_D} (-2 \leq x_2 \leq 7)$:	$L_{WR_D} (7 \leq x_2 \leq 24)$:
$L_{WR_D} = \frac{x_2}{l_2} = \frac{x_2}{7}$ $L_{WR_D(-2)} = -0,2857$ $L_{WR_D(0)} = 0$ $L_{WR_D(7)} = 1,0$	$L_{WR_D} = 0$

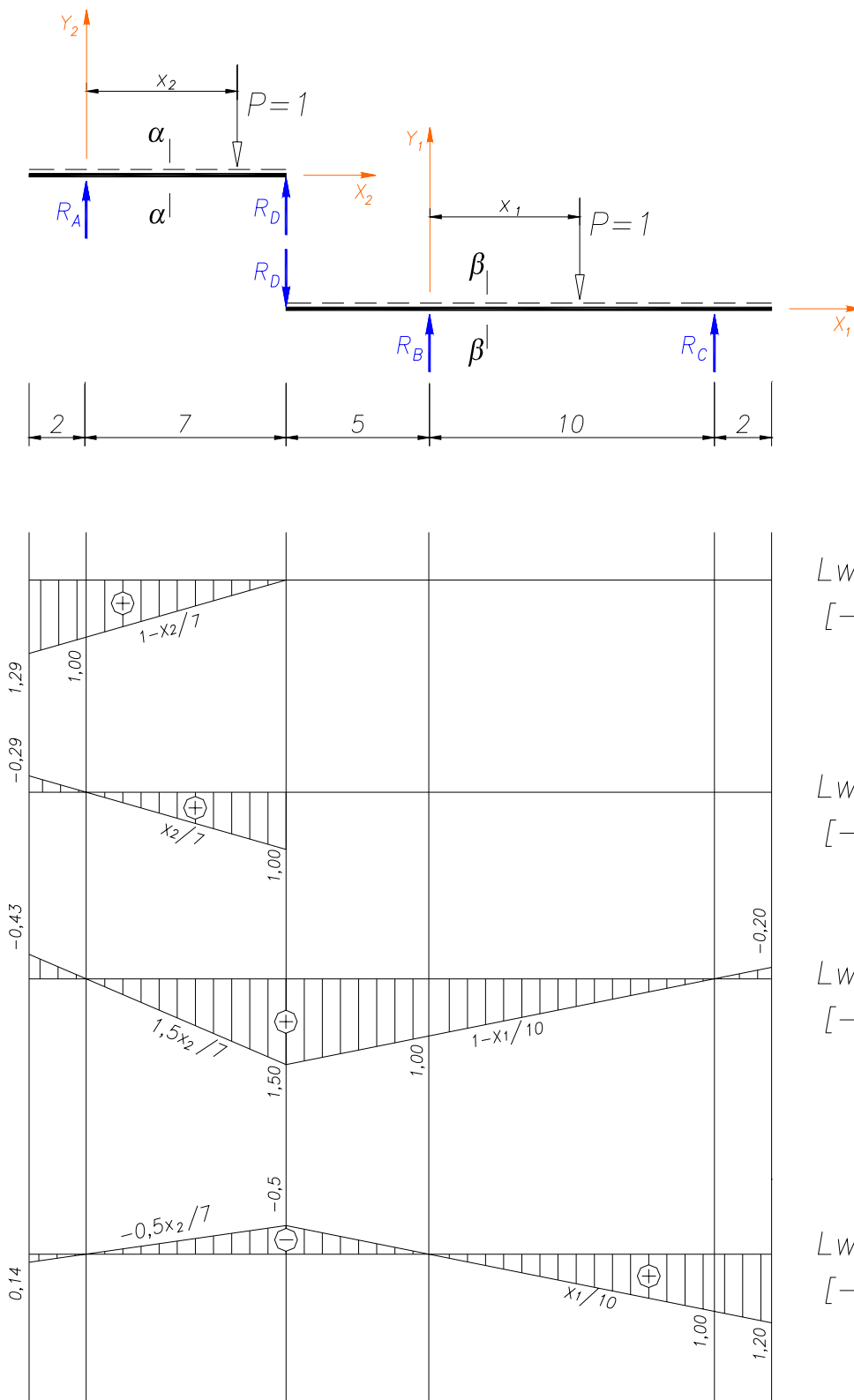
3.4. Linia wpływowa reakcji R_B :

$L_{WR_B} (-5 \leq x_1 \leq 12)$:	$L_{WR_B} (-2 \leq x_2 \leq 7)$:
$L_{WR_B} = 1 - \frac{x_1}{l_1} = 1 - \frac{x_1}{10}$ $L_{WR_B(-5)} = 1,5$ $L_{WR_B(0)} = 1,0$ $L_{WR_C(10)} = 0$ $L_{WR_B(12)} = -0,2$	$L_{WR_B} = L_{WR_B(x_1=-5)} \cdot L_{WR_D} = 1,5 \cdot \frac{x_2}{7}$ $L_{WR_B(-2)} = -0,43$ $L_{WR_B(0)} = 0$ $L_{WR_B(7)} = 1,5$

3.5. Linia wpływowa reakcji R_C :

$L_{WR_C} (-5 \leq x_1 \leq 12)$:	$L_{WR_C} (-2 \leq x_2 \leq 7)$:
$L_{WR_C} = \frac{x_1}{l_1} = \frac{x_1}{10}$ $L_{WR_C(-5)} = -0,5$ $L_{WR_C(0)} = 0$ $L_{WR_C(10)} = 1,0$ $L_{WR_C(12)} = 1,2$	$L_{WR_C} = L_{WR_C(x_1=-5)} \cdot L_{WR_D} = -0,5 \cdot \frac{x_2}{7}$ $L_{WR_C(-2)} = 0,14$ $L_{WR_C(0)} = 0$ $L_{WR_C(7)} = -0,5$

3.6. Wykresy linii wpływowych reakcji dla belki:



3.7. Linia wpływowa momentu zginającego w przekroju α - α :

$$x_\alpha = 3,0m \quad x'_\alpha = 4,0m$$

$L_W M_\alpha (-2 \leq x_2 \leq 3)$:	$L_W M_\alpha (3 \leq x_2 \leq 7)$:	$L_W M_\alpha (7 \leq x_2 \leq 24)$:
$L_W M_\alpha = L_W R_D \cdot x'_\alpha$ $L_W M_\alpha = \frac{x_2}{l_2} x'_\alpha = \frac{x_2}{7} \cdot 4$ $L_W M_{\alpha(-2)} = -1,143m$ $L_W M_{\alpha(0)} = 0m$ $L_W M_{\alpha(3)} = 1,714m$ $(L_W M_{\alpha(7)} = x'_\alpha = 4m)$	$L_W M_\alpha = L_W R_A \cdot x_\alpha$ $L_W M_\alpha = \left(1 - \frac{x_2}{l_2}\right) x_\alpha = \left(1 - \frac{x_2}{7}\right) \cdot 3$ $(L_W M_{\alpha(0)} = x_\alpha = 3m)$ $L_W M_{\alpha(3)} = 1,714m$ $L_W M_{\alpha(7)} = 0m$	$L_W M_\alpha = 0$

3.8. Linia wpływowa siły tnącej w przekroju α - α :

$L_W T_\alpha (-2 \leq x_2 < 3)$:	$L_W T_\alpha (3 < x_2 \leq 7)$:	$L_W T_\alpha (7 \leq x_2 \leq 24)$:
$L_W T_\alpha = -L_W R_D$ $L_W T_\alpha = -\frac{x_2}{l_2} = -\frac{x_2}{7}$ $L_W T_{\alpha(-2)} = 0,2857$ $L_W T_{\alpha(0)} = 0$ $L_W T_{\alpha(3)} = -0,4286$ $(L_W T_{\alpha(7)} = -1)$	$L_W T_\alpha = L_W R_A$ $L_W T_\alpha = 1 - \frac{x_2}{l_2} = 1 - \frac{x_2}{7}$ $(L_W T_{\alpha(0)} = 1)$ $L_W T_{\alpha(3)} = 0,5714$ $L_W T_{\alpha(7)} = 0$	$L_W T_\alpha = 0$

3.9. Linia wpływowa momentu zginającego w przekroju β - β :

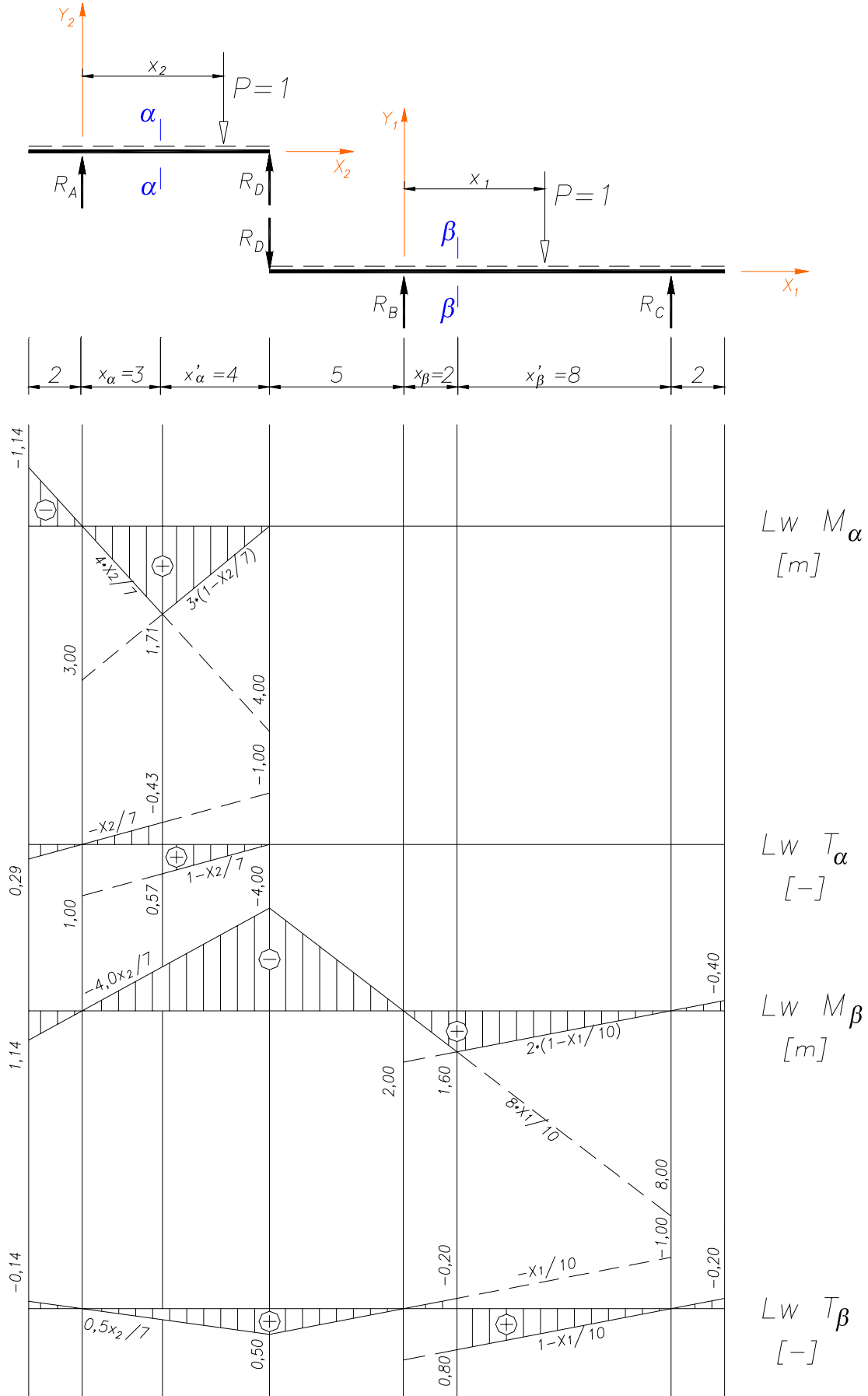
$$x_\beta = 2,0m \quad x'_\beta = 8,0m$$

$L_W M_\beta (-5 \leq x_1 \leq 2)$:	$L_W M_\beta (2 \leq x_1 \leq 12)$:	$L_W M_\beta (-2 \leq x_2 \leq 7)$:
$L_W M_\beta = L_W R_C \cdot x'_\beta$ $L_W M_\beta = \frac{x_1}{l_1} x'_\beta = \frac{x_1}{10} \cdot 8$ $L_W M_{\beta(-5)} = -4,0m$ $L_W M_{\beta(0)} = 0m$ $L_W M_{\beta(2)} = 1,6m$ $(L_W M_{\beta(10)} = x'_\beta = 8m)$	$L_W M_\beta = L_W R_B \cdot x_\beta$ $L_W M_\beta = \left(1 - \frac{x_1}{l_1}\right) x_\beta = \left(1 - \frac{x_1}{10}\right) \cdot 2$ $(L_W M_{\beta(0)} = x_\beta = 2m)$ $L_W M_{\beta(2)} = 1,6m$ $L_W M_{\beta(10)} = 0m$ $L_W M_{\beta(12)} = -0,4m$	$L_W M_\beta = L_W M_{\beta(x_1=-5)} \cdot L_W R_D$ $L_W M_\beta = -4,0 \cdot \frac{x_2}{7}$ $L_W M_{\beta(-2)} = 1,428m$ $L_W M_{\beta(0)} = 0m$ $L_W M_{\beta(7)} = -4,0m$

3.10. Linia wpływowa siły tnącej w przekroju β - β :

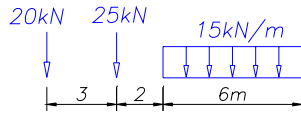
$L_W T_\beta (-5 \leq x_1 < 2)$:	$L_W T_\beta (2 < x_1 \leq 12)$:	$L_W T_\beta (-2 \leq x_2 \leq 7)$:
$L_W T_\beta = -L_W R_C$ $L_W T_\beta = -\frac{x_1}{l_1} = -\frac{x_1}{10}$ $L_W T_{\beta(-5)} = 0,5$ $L_W T_{\beta(0)} = 0$ $L_W T_{\beta(2)} = -0,2$ $(L_W T_{\beta(10)} = -1)$	$L_W T_\beta = L_W R_B$ $L_W T_\beta = 1 - \frac{x_1}{l_1} = 1 - \frac{x_1}{10}$ $(L_W T_{\beta(0)} = 1)$ $L_W T_{\beta(2)} = 0,8$ $L_W T_{\beta(10)} = 0$ $L_W T_{\beta(12)} = -0,2$	$L_W T_\beta = L_W T_{\beta(x_1=-5)} \cdot L_W R_D$ $L_W T_\beta = 0,5 \cdot \frac{x_2}{7}$ $L_W T_{\beta(-2)} = -0,1428$ $L_W T_{\beta(0)} = 0$ $L_W T_{\beta(7)} = 0,5$

3.11. Wykresy linii wpływowych sił wewnętrznych dla belki:



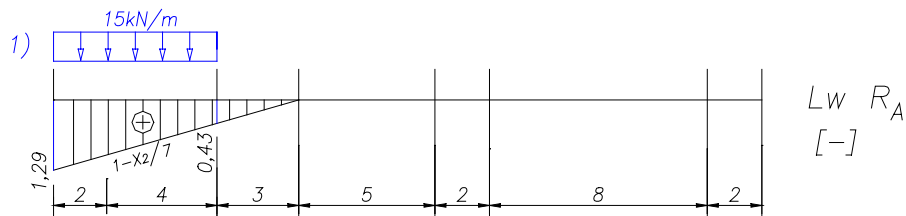
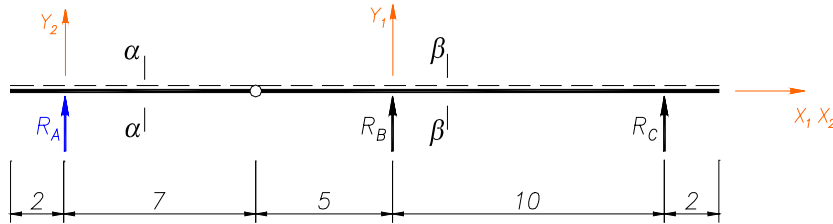
4. Wyznaczenie ekstremalnych wartości reakcji podporowej w punkcie A oraz siły tnącej w przekroju $\alpha - \alpha$.

Zadane obciążenie:



4.1. Wyznaczenie ekstremalnych wartości R_A :

4.1.1. Pierwsze położenie ciągu sił.

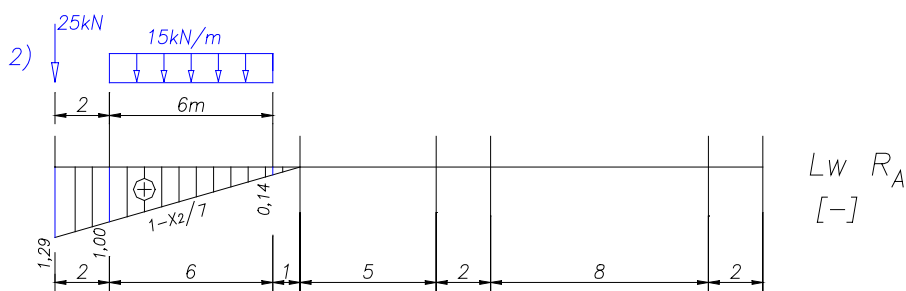


$$LwR_A (x_2 = -2) = 1 - \frac{x_2}{7} = 1,286$$

$$LwR_A (x_2 = 4) = 1 - \frac{x_2}{7} = 0,4287$$

$$R_A = 15 \cdot 0,5 \cdot (1,286 + 0,4287) \cdot 6,0 = 77,16 \text{ kN}$$

4.1.2. Drugie położenie ciągu sił.



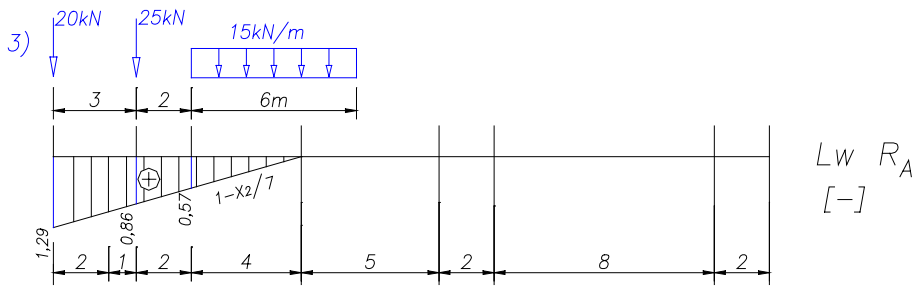
$$LwR_A (x_2 = -2) = 1 - \frac{x_2}{7} = 1,286$$

$$LwR_A (x_2 = 0) = 1,0$$

$$LwR_A (x_2 = 6) = 1 - \frac{x_2}{7} = 0,1429$$

$$R_A = 25 \cdot 1,286 + 15 \cdot 0,5 \cdot (0,1429 + 1,0) \cdot 6 = \underline{\underline{83,58 \text{ kN}}}$$

4.1.3. Trzecie położenie ciągu sił.



$$LWR_A (x_2 = -2) = 1 - \frac{x_2}{7} = 1,286$$

$$LWR_A (x_2 = 1) = 1 - \frac{x_2}{7} = 0,8573$$

$$LWR_A (x_2 = 3) = 1 - \frac{x_2}{7} = 0,5716$$

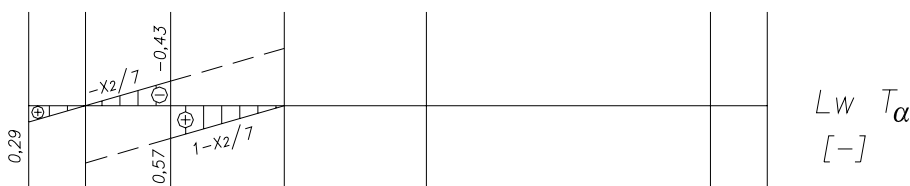
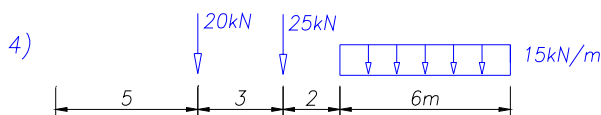
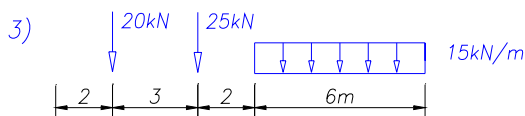
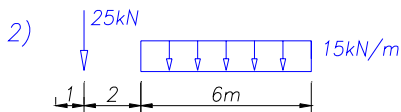
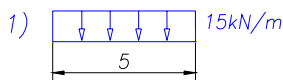
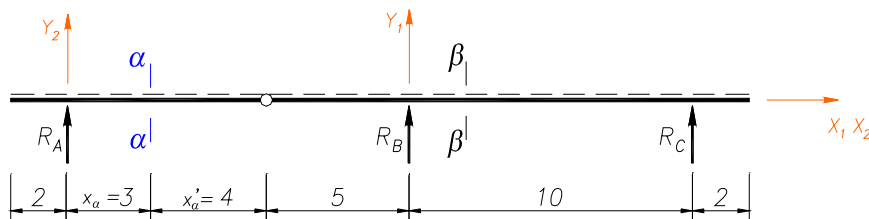
$$R_A = 20 \cdot 1,286 + 25 \cdot 0,8573 + 15 \cdot 0,5 \cdot 4,0 \cdot 0,5716 = 64,30 \text{ kN}$$

4.1.4. Wartości ekstremalne.

$$R_A^{\min} = 0 \text{ kN}$$

$$R_A^{\max} = 83,58 \text{ kN}$$

4.2. Wyznaczenie ekstremalnych wartości T_α



4.2.1. Pierwsze położenie ciągu sił.

$$L_{WT_{\alpha}(x_2=-2)} = -\frac{x_2}{7} = 0,2857$$

$$L_{WT_{\alpha}(x_2=3)} = -\frac{x_2}{7} = -0,4286$$

$$T_{\alpha} = 15 \cdot 0,5 \cdot 2,0 \cdot 0,2857 - 15 \cdot 0,5 \cdot 3,0 \cdot 0,4286 = -5,358 \text{ kN}$$

4.2.2. Drugie położenie ciągu sił.

$$L_{WT_{\alpha}(x_2=-2)} = -\frac{x_2}{7} = 0,2857$$

$$L_{WT_{\alpha}(x_2=-1)} = -\frac{x_2}{7} = 0,1428$$

$$L_{WT_{\alpha}(x_2=1)} = -\frac{x_2}{7} = -0,1429$$

$$L_{WT_{\alpha}^L(x_2=3)} = -\frac{x_2}{7} = -0,4286$$

$$L_{WT_{\alpha}^P(x_2=3)} = 1 - \frac{x_2}{7} = 0,5714$$

$$T_{\alpha} = 25 \cdot 0,1428 - 15 \cdot 0,5 \cdot 0,1428 + 0,4286 \cdot 2,0 + 15 \cdot 0,5 \cdot 4,0 \cdot 0,5714 = 12,14 \text{ kN}$$

4.2.3. Trzecie położenie ciągu sił.

$$L_{WT_{\alpha}(x_2=0)} = 0$$

$$L_{WT_{\alpha}^L(x_2=3)} = -\frac{x_2}{7} = -0,4286$$

$$L_{WT_{\alpha}(x_2=5)} = 1 - \frac{x_2}{7} = 0,2857$$

$$T_{\alpha} = -25 \cdot 0,4286 + 15 \cdot 0,5 \cdot 2,0 \cdot 0,2857 = \underline{\underline{-6,42 \text{ kN}}}$$

$$L_{WT_{\alpha}^P(x_2=3)} = 1 - \frac{x_2}{7} = 0,5714$$

$$T_{\alpha} = 25 \cdot 0,5714 + 15 \cdot 0,5 \cdot 2,0 \cdot 0,2857 = \underline{\underline{18,57 \text{ kN}}}$$

4.2.4. Czwarte położenie ciągu sił.

$$L_{WT_{\alpha}^L(x_2=3)} = -\frac{x_2}{7} = -0,4286$$

$$L_{WT_{\alpha}(x_2=6)} = 1 - \frac{x_2}{7} = 0,1428$$

$$T_{\alpha} = -20 \cdot 0,4286 + 25 \cdot 0,1428 = -5,00 \text{ kN}$$

$$L_{WT_{\alpha}^P(x_2=3)} = 1 - \frac{x_2}{7} = 0,5714$$

$$T_{\alpha} = 20 \cdot 0,5714 + 25 \cdot 0,1428 = 15,0 \text{ kN}$$

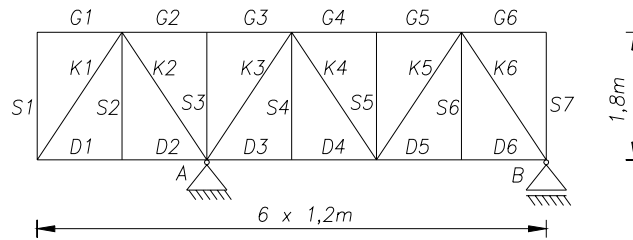
4.2.5. Wartości ekstremalne.

$$T_{\alpha}^{\min} = -6,42 \text{ kN}$$

$$T_{\alpha}^{\max} = 18,57 \text{ kN}$$

II. Linie wpływowo sił w prętach kratownicy statycznie wyznaczalnej.

1. Schemat konstrukcji:



2. Analiza kinematyczna.

2.1. Warunek konieczny:

$$2 \cdot w = p + r$$

gdzie: w – ilość węzłów; $w = 14$

p – ilość prętów; $p = 25$

r – ilość reakcji; $r = 3$

$$2 \cdot 14 = 25 + 3$$

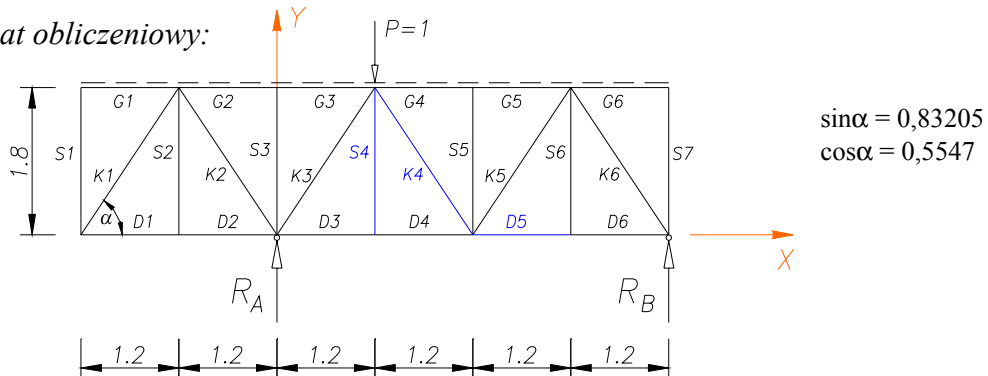
$28 = 28 \Rightarrow$ warunek jest spełniony.

2.2. Warunek dostateczny:

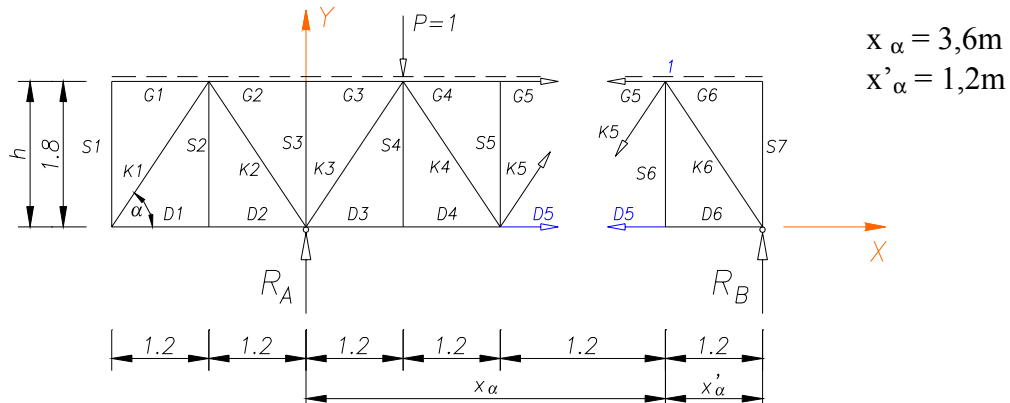
Kratownica jest zbudowana z układów trójkątnych, geometrycznie niezmiennych, a mianowicie: $\triangle S_1G_1K_1$, $\triangle K_1D_1S_2$, $\triangle S_2D_2K_2$, $\triangle K_2G_2S_3$, $\triangle S_3G_3K_3$, $\triangle K_3D_3S_4$, $\triangle S_4D_4K_4$, $\triangle K_4G_4S_5$, $\triangle S_5G_5K_5$, $\triangle K_5D_5S_6$, $\triangle S_6D_6K_6$, $\triangle K_6G_6S_7$ - jest zatem wewnętrznie geometrycznie niezmienna (tarcza sztywna). Tarcza ta jest połączona z podłożem za pomocą podpory przegubowej A oraz podpory przegubowo-przesuwnej B. Kierunek podpory przegubowo-przesuwnej nie przecina przegubu podpory przegubowej, stąd zadany układ jest układem geometrycznie niezmiennym (tarczą).

3. Wyznaczenie linii wpływoych sił w prętach D_5 , K_4 , S_4 .

3.1. Schemat obliczeniowy:

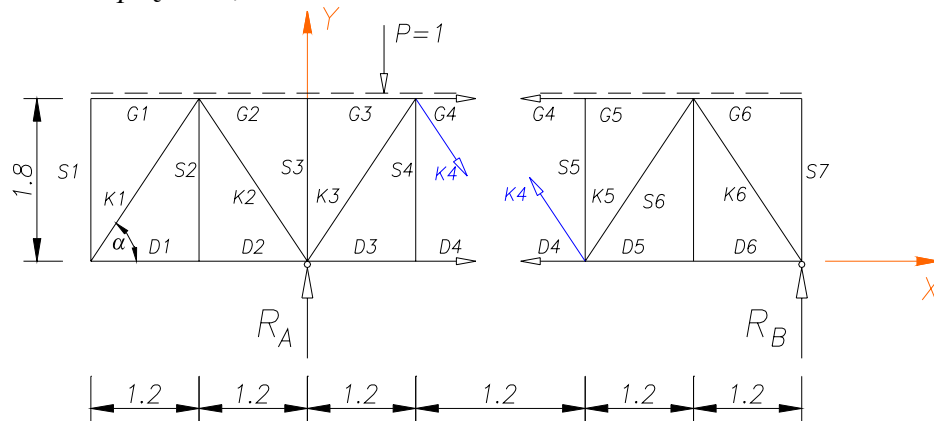


3.2. Linia wpływowa w pręcie D_5 :



$L_{WD_5} \quad (-2,4 \leq x \leq 2,4)$	$L_{WD_5} \quad (3,6 \leq x \leq 4,8)$
$\sum M_1^P = 0$ $-R_B \cdot x'_\alpha + D_5 \cdot h = 0$ $L_{WD_5} = L_W R_B \frac{x'_\alpha}{h} = \frac{x}{l} \cdot \frac{x'_\alpha}{h}$ $L_{WD_5} = \frac{x}{4,8} \cdot \frac{1,2}{1,8}$ $L_{WD_5(-2,4)} = -0,3334$ $L_{WD_5(0)} = 0$ $L_{WD_5(2,4)} = 0,3334$ $(L_{WD_5(4,8)} = x'_\alpha/h = 0,6667)$	$\sum M_1^L = 0$ $R_A \cdot x_\alpha - D_5 \cdot h = 0$ $L_{WD_5} = L_W R_A \frac{x_\alpha}{h} = \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot \frac{x_\alpha}{h}$ $L_{WD_5} = \left(1 - \frac{x}{4,8}\right) \cdot \frac{3,6}{1,8}$ $(L_{WD_5(0)} = x_\alpha/h = 2,0)$ $L_{WD_5(3,6)} = 0,5$ $L_{WD_5(4,8)} = 0$

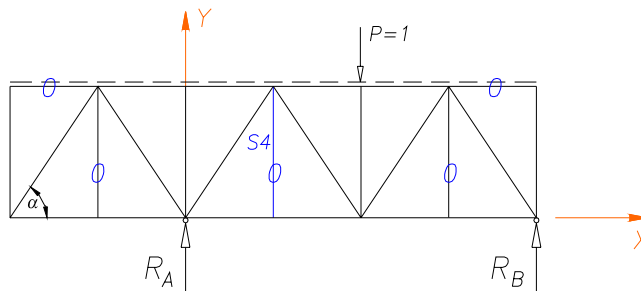
3.3. Linia wpływowa w przęcie K_4 :



$L_{WK_4} \quad (-2,4 \leq x \leq 1,2)$	$L_{WK_4} \quad (2,4 \leq x \leq 4,8)$
$\sum Y^P = 0$ $K_4 \cdot \sin\alpha = -R_B$ $L_{WK_4} = -\frac{L_W R_B}{\sin\alpha} = -\frac{x}{l} \cdot \frac{x}{4,8}$ $L_{WK_4(-2,4)} = 0,6009$ $L_{WK_4(0)} = 0$ $L_{WK_4(1,2)} = -0,3005$ $(L_{WK_4(4,8)} = -1/\sin\alpha = -1,2019)$	$\sum Y^L = 0$ $K_4 \cdot \sin\alpha = R_A$ $L_{WK_4} = \frac{L_W R_A}{\sin\alpha} = \frac{1 - \frac{x}{l}}{\sin\alpha} = \frac{1 - \frac{x}{4,8}}{0,83205}$ $(L_{WK_4(0)} = 1/\sin\alpha = 1,2019)$ $L_{WK_4(2,4)} = 0,6009$ $L_{WK_4(4,8)} = 0$

3.4. Linia wpływowa w przęcie S_4 :

Pręt S_4 jest jednym z prętów zerowych rozpatrywanej kratownicy, stąd dla $(-2,4 \leq x \leq 4,8)$
 $L_{WS_4} = 0$



4. Wykresy linii wpływowych dla sił w wybranych prętach kratownicy:

